



## ЕМПИРИЧНО ТЕСТВАНЕ НА ВЕРОЯТНОСТНИ МОДЕЛИ ЗА ОЦЕНЯВАНЕ НА ЕВРОПЕЙСКИ ОПЦИИ ВЪРХУ АКЦИИ

### EMPIRICAL TESTING OF PROBABILITY MODELS FOR EUROPEAN STOCK OPTIONS EVALUATION

Стефан Симеонов, Теодор Тодоров  
Stefan Simeonov, Teodor Todorov

Стопанска академия „Д. А. Ценов“ – Свищов  
D. A. Tsenov Academy of Economics – Svishtov

**Abstract:** With this study, we present a comparative analysis of the methodology and performance of three probability models for European style options evaluation. The differences in the calculation formulas and – in particular – the value factors for the option premium, included in the Black&Scholes, Corrado&Su and Boness models are highlighted. We test the three models empirically, comparing the results obtained from their application with the actual realized option premium. We apply statistics methods: absolute error (BIAS), quadratic error (SE), percentage error (PE) and average percentage error (APE), which determine models efficiency by the deviations recorded between the actual option premium and the price calculated, using the models applied. The empirical base includes thirteen call and thirteen put options, traded on the EURONEXT and based on shares of stock companies in Germany, France and the Netherlands. The results of the Corrado&Su model show the best and relatively reliable evaluation for calls. The call option results of the Black&Scholes model deviate more, and those of the Boness model are even weaker and can not be considered as reliable. The obtained distribution of the results of the three probability models proves the importance of the lognormal distribution of the price of the underlying shares, as well as of the asymmetry and excess in the valuation of call options. The Corrado&Su model gave equal reliability in evaluating both, call and put options. In general, each of the models gives some overestimation for most contracts, which is more common in put options.

**Keywords:** Probability options evaluation models; European options; Black&Scholes model; Corrado&Su model; Boness model.

**JEL:** G13; G19; B23; C52; D46; D53

## ВЪВЕДЕНИЕ

Настоящата статия е естествено продължение на работата на авторския екип в областта на оценяването на финансови деривати и в частност опции. В предишна разработка тествахме математически и иконометрични модели за оценяване на американски стил опции, котиращи на Чикагската опционна борса<sup>1</sup>. Макар и с по-малки мащаби в сравнение с американския, европейският опционен пазар регистрира значителен брой сделки. За инвеститорите на опционните пазари е от ключово значение това да разполагат с надеждна методика за оценяване. С настоящата статия подлагаме на емпирично тестване три вероятностни модела за оценяване на европейски стил опции – Black&Scholes (1973), Corrado&Su (1996) и Boness (1964), като представяме техните основни допускания, особеностите за

<sup>1</sup> Доклад на тема „Апробиране на модели за оценяване на американски стил опции, базирани върху акции от индекса Дау Джонс“, представен през май 2019 г. на научна конференция „Токенизация на финансови инструменти“, организирана от катедра „Финанси“ при УНСС в град Равда.

тяхното практическо прилагане, основните им слабости и цялостната им методика за изчисляването. **Обект** на изследването е оценяването на тринадесет кол и тринадесет път опции, базирани върху акции на публични компании от Германия, Франция и Холандия. **Предмет** на изследването е практическото приложение на вероятностните модели на Black&Scholes (1973), Corrado&Su (1996) и Boness (1964) за оценяване на европейските опции. В изследването защитаваме *тезата*, че отчитането на асиметрията и ексцеса за разпределението на дневната доходност на базовия актив подобрява съществено коректността на моделите за оценяване на опции. Главната *цел* на разработката е сравнително тестване на приложимостта на три ключови вероятностни модела за оценяване на европейски опции, като с помощта на аналитични статистически показатели да се установи кой от приложените модели формира най-близки стойности до реално достигната пазарна премия. На основата на така формулираните обект, предмет, изследователска теза и цел си поставяме следните по-конкретни *задачи*:

- ✓ Анализ на водещи академични изследвания и публикации в областта на оценяването на европейски стил опции;
- ✓ Приложение на вероятностните модели Black&Scholes (1973), Corrado&SU (1996) и Boness (1964) опционни контракти;
- ✓ Сравнителен анализ на резултатите от приложените модели за оценяване с пазарно реализираната премия посредством статистически показатели;
- ✓ Отличаване на слабостите на всеки от приложените модели за оценяване.

## 1. Фундаментални изследвания в областта на оценяването на европейски стил опции

В настоящия пункт насочваме вниманието към съвременните достижения в областта на оценяването на финансовите деривати и най-известните изследователи, посветили десетки години от своя професионален път за каузата да изучават цената и ценовите фактори на опционните контракти. Всеки от тях представя своя трактовка на модел за оценяване, като се стреми да коригира някои неточности в по-ранните модификации. С концептуално значение за оценяването на финансови деривати е моделът, създаден през 1973 г. от разностранните учени Fischer Sheffey Black и Myron Samuel Scholes, популярен като модела Black&Scholes. Разпространението на B&S модела в инвестиционната практика е тясно свързано с основаването на Чикагската опционна борса през същата година, която на практика е арена за организирана опционна търговия. През последните години в трудовете на различни изследователи откриваме стремежа за усъвършенстване на оценъчните модели и избягване на ограничителните допускания на модела Black&Scholes<sup>2</sup>.

Освен базовите допускания на модела B&S, в по-актуалните научно-практически разработки се търсят и подобрения на модела относно вероятностното разпределение на цената на базовия актив. Както е известно според B&S модела, цената на базовите акции следва логнормално разпределение, а доходността е нормално разпределена. Наблюденията в инвестиционната практика обаче показват редица отклонения от посочените приемания за вероятностното разпределение.

В публикация на Корrado и Су от 1997 г. се коментират посочените основни слабости в модела Black & Scholes (Corrado & Su, 1997, pp. 73–85). По емпиричен път Корrado и Су (C&S) достигат до заключение, че се наблюдава трайна тенденция на ясно изразена асиметричност във вероятностното разпределение и ексцес при доходността на акциите. За решаването на този фундаментален въпрос те конструират свой модел, в който включват асиметрията и ексцеса. Корrado и Су доразвиват функцията на нормалната вероятностна плътност, следвайки подхода на Gram&Charlier. Моделът на Corrado и Su също има някои слабости, които впоследствие са коригирани от Браун и Робинсон (Brown & Robinson, 2002), с което се оформя завършен вид на модела. Макар и създаден за оценка на европейски опции, моделът е тестван за първи път при оценяване на американски стил опции от Чикагската опционна борса. Възниква логичният въпрос – как модел, който е изграден за оценяване на европейски опционни контракти, се прилага за оценяване на американски стил опции. Изследователите аргументират своето решение, като включват в своята селекция опционни контракти, при които не се реализират дивидентни

<sup>2</sup> Това включва: игнорирането на транзакционните разходи и данъчните плащания; презумпцията за съвършени и равновесни финансови пазари, стабилност на лихвения процент, логнормално кумулативно разпределение на базовия актив и др. (за повече информация по въпроса виж Симеонов, Ст. „Финансови деривати, ОПЦИИТЕ“. София: Авангард принт, 2015 г.).

плащания до падежа на опцията, или ако има такива, те са с минимална стойност. В съответствие с това C&S въвеждат и следното условие:

$$(1) \quad D < E \cdot (1 - e^{-r \cdot T}),$$

където:

D – дивидентно плащане;

E – цена на упражняване на контракта;

e – натурален логаритъм (неперово число);

r – безрискова доходност;

T – времето до падежа.

При спазване на условието в посоченото неравенство моделът на Corrado и Su намира приложимост и в оценката на американски стил опции. При нарушение на неравенството резултатите от оценяването на опции с възможност за ранно упражняване ще се отклоняват сериозно от пазарните премии, което означава опасност от силно подценени или надценени контракти. Следва да отбележим, че в посочените изследвания не се поставя въпросът за ранното упражняване при американските опции, който считаме за не по-малко важен от този за дивидентното плащане.

В актуално изследване от 2014 г. изследователски екип от Бразилия тества приложимостта на модела на Corrado и Su на местния опционен пазар (Maia, Figueiredo, Klötzle, 2014). Авторите констатира ниската ликвидност на бразилския капиталов пазар и масовата употреба на модела Black& Scholes, при което резултатите не са достатъчно надеждни за опционни контракти над и под паритета. Тези бразилски автори също посочват познатите трудности при оценяването, произтичащи от липсата на стационарност (неконстантната променливост) на спот курса на акциите и неговото логнормално разпределение. Обект на оценяване от Maia, Figueiredo и Klötzle са две опции, издадени върху акции на водещи бразилски компании. Оскъдността на изследваните инструменти е в резултат от ниска ликвидност, малък инвеститорски интерес и непопулярност на финансовите деривати като инвестиционен инструмент на бразилския финансов пазар. В посочената публикация Maia, Figueiredo и Klötzle включват асиметрията и ексцеса в оценъчния модел, но по неизвестни причини пропускат един компонент от формулния апарат на модела на Corrado&Su. Бразилските автори не са включили кумулативната стандартна плътност в модела на Corrado&Su, което е основният им принос към модела на Black&Scholes за вероятностното разпределение на базовия актив. В резултат от това приложението на модела по трактовката на бразилските учени формира сериозни отклонения от пазарната премия, като се наблюдават надценени стойности. Това е само една от многобройните стъпки на изследователите в търсене на сполучлива методика за оценяване на опции.

В изследване на коментираните модели Aboura оценява опции на компании от френския борсов индекс CAC 40 (Aboura, 2013). Той прилага модела на Corrado&Su при различни вероятностни разпределения, като с това цели да установи кое от тях най-точно описва движението на спот курса на базовия инструмент. Приложение намират 5 кумулативни вероятности разпределения и получените резултати от модела са съпоставени с опционната премия, като са използвани статистическите показатели абсолютна грешка (AE) и абсолютна квадратична грешка (ASE).

Корrado и Су модифицират модела на Jarow&Rudd, като отново включват асиметрията и ексцеса, но прилагат оценяването към индексни опции, базирани върху S&P 500 (Corrado, Su, 1996, pp. 611–629). В резултат на изследването те достигат до заключението, че допълнението на асиметрия и ексцеса в модела за оценяване на Black & Scholes коригира в значителна степен отклоненията от пазарната премия, причина за което се смята логнормалното разпределение.

Ким, С. тества моделите на Bakshi, Kapadia and Madan (2003) и Corrado и Su за оценяване на европейски стил опции, при което установява, че асиметрията оказва по-силно влияние върху цената на опциите в сравнение с ексцеса (Kim).

Лю и Ханг конструират модели за оценка на финансови деривати на основата на изкуствени невронни мрежи (Liu, Huang, 2016, pp. 1–18). Тяхното изследване включва инструменти от борсата в Хонконг, през периода от 2005 до 2011, като на практика те отчитат влиянието на финансовата криза в нейният генезис, пик и развитие на цикъла. Сложният аналитичен инструментариум, използван в предкризисния период, създава погрешни прогнози за цените на опциите в кризисния период.

## 2. Методика на вероятностните модели за оценка на европейски стил опции

Най-разпространеният модел за оценяване на финансови деривати в света е моделът на **Black&Scholes**, публикуван през 1973. За неговото огромно значение в областта на инвестиционния мениджмънт **Fischer Black** и **Mirrren Scholes** получават Нобелова награда по икономика през 1997 г. Създаденият от тях модел обхваща значителна част от факторите за опционната премия (курса на базовия инструмент, цената на упражняване, променливостта на спот курса, безрисковата доходност и времето до падежа). Това е първият модел, създаден специално за оценяване на опции. Предшестващите модели: на Bachelier (1900), Sprengle (1964) и Samuelson (1965) са създадени за оценяване на варанти и не включват в своя формулен апарат всички фактори, влияещи върху опционната премия. Формулата за определянето на цената на европейска кол опция според модела Black&Scholes е следната (Simeonov, 2012):

$$(2.1) \quad C = S_0 * N(d_1) - E * e^{-r*T} * N(d_2)$$

$$(2.2) \quad d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{E}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right) * T}{\sigma \sqrt{T}}$$

$$(2.3) \quad d_2 = d_1 - \sigma \sqrt{t},$$

където:

C – стойност на кол опцията, определена чрез модела Black & Scholes;

S<sub>0</sub> – спот курс на базовия инструмент;

E – цена на упражняване;

r – безрискова доходност (доходността по тримесечните държавните ценни книжа);

T – време, оставащо до падежа;

N – функция на стандартното кумулативно нормално разпределение със средна стойност нула и стандартно отклонение единица;

e – неперовото число;

d<sub>1</sub>, d<sub>2</sub> – параметри, отчитащи влиянието на ценообразуващите фактори.

На основата на кол-пут паритета е изведена формулата за определяне стойността на пут опция според модела Black & Scholes (Blancard, Jurczenko, Maillat, 2001):

$$(2.4) \quad P = E * e^{-r*T} * N(-d_2) - S_0 * N(-d_1)$$

$$(2.5) \quad d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{E}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right) * T}{\sigma \sqrt{T}}$$

$$(2.6) \quad d_2 = d_1 - \sigma \sqrt{t},$$

където:

P – стойност на пут опцията, определена чрез модела Black & Scholes;

S<sub>0</sub> – спот курс на базовия инструмент;

E – цена на упражняване;

r – безрискова доходност (доходността по тримесечните държавните ценни книжа);

T – време до падежа;

N – функция на стандартното кумулативно нормално разпределение със средна стойност нула и стандартно отклонение единица;

e – неперовото число;

d<sub>1</sub>, d<sub>2</sub> – параметри, отчитащи влиянието на ценообразуващите фактори.

През 1996 г. американските учени **C. Corrado** и **T. Su** публикуват свой модел, предназначен за оценяване на европейски стил опции. С него те се опитват да преодолеят отбелязаните вече проблеми при оценяването: наличието на отклонение от логнормалното разпределение на цената на базовия актив;

липсата на стационарност в променливостта на спот курса през периода на съществуване на опцията и отклоненията при наличието на голяма вътрешната стойност. Формулата за изчисляване на опционната премия на кол опция по модела на Corrado&Su е, както следва (Abdurakhman, 2019, pp. 619–622):

$$(3.1) \quad C = C_{BS} + S * Q_3 + (K - 3) * Q_4;$$

$$(3.2) \quad d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{E}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right) * T}{\sigma \sqrt{T}};$$

$$(3.3) \quad Q_3 = \frac{1}{3!} * S_0 * \sigma \sqrt{T} * ((2\sigma \sqrt{T} - d) * n(d) + \sigma^2 * T * N(d));$$

$$(3.4) \quad Q_4 = \frac{1}{4!} * S_0 * \sigma \sqrt{T} * ((d^2 - 1 - 3\sigma \sqrt{T} * (d - \sigma \sqrt{T})) * n(d) + \sigma^3 * T^{\frac{3}{2}} * N(d)),$$

където:

C – цена на кол опция, определена чрез модела Corrado&Su;

$S_0$  – спот курс на базовия инструмент;

E – цена на упражняване;

r – безрискова доходност (доходността по тримесечните държавните ценни книжа);

T – времето до падежа;

N – функция на стандартното кумулативно нормално разпределение със средна стойност нула и стандартно отклонение единица;

$d_1$  – параметър, отчитащ влиянието на ценообразуващите фактори.

S – асиметрията в доходността на базовия актив;

$K^3$  – ексцеса в доходността на базовия актив;

$n(d)$  – функция на стандартна нормална плътност;

$C_{BS}$  – стойността на пазарната премия на кол опция, определена чрез модела Black & Scholes.

На базата на кол-пут паритета се извежда и формулата за определянето на европейска пут опция по модела на Corrado&Su:

$$(3.5) \quad P = P_{bs} + S * Q_3 + (K - 3) * Q_4$$

В инвестиционната практика и специализираната литература са известни и други модели, предшестващи разработването и публикуването на основополагащия в оценяването на опции модел на Black&Scholes. Като цяло, по-ранните модели за оценяване на финансови деривати са конструирани за оценяване на варанти, но с малки преобразувания във формулния апарат, те могат да се прилагат и за оценяване на кол опции и други финансови деривати, които имат сходни характеристики с вариантите. Сред тях е моделът на **Boness**, представен през 1964 г. (Boness, 1964). При разглеждане конструкцията на модела на Boness откриваме сходни компоненти с вероятностния модел на Sprengle<sup>4</sup>. Hassan в публикация от 1999 г. отбелязва и това, че в модела на Boness е включена специално времевата стойност на парите като фактор на опционната премия, а не просто като дисконтова норма (Hassan, 1999), както в някои други модели. Това е и най-съществената разлика между модела на Boness и модела Black&Scholes, който също не отделя специално внимание на времевата стойност като фактор на опционната премия. Това не бива да ни изненадва предвид факта, че в инвестиционната сфера до 1965 г. не е била разпространена концепцията на Джеймс Тобин за прерастването на инвестиционните решения във финансови и приемането на тримесечните съкровищни бонове като актив с нулева вариация (Lin, Wang, Wang, Yang, 2018). Формулата за изчисляването на стойността на кол опция според модела на Boness е следната (Haug, 2007):

<sup>3</sup> В по-стари научни разработки в областта на оценяването на финансови деривати се среща отбелязването на цената на упражняване със символа K, което е предпоставка за обърквания, най-малкото при асоцииране с приетата символика за ексцес (kurtosis). За означаване на цена на упражняване в нашите изследвания ползваме установената в съвременната литература абrevиатура E – означаваща, пряко “exercise price”.

<sup>4</sup> За повече подробности относно модела на Sprengle виж „Финансови деривати“, Симеонов, Ст. 2005 г. (стр. 162–163).

$$(4.1) \quad C = S_0 * N(d_1) - X * e^{-\rho * T} * N(d_2)$$

$$(4.2) \quad d_1 = \frac{\left( \ln\left(\frac{S_0}{E}\right) + \left(\rho + \frac{\sigma^2}{2}\right) * T \right)}{\sigma \sqrt{T}}$$

$$(4.3) \quad d_2 = d_1 - \sigma \sqrt{T}$$

където:

C – стойност на кол опцията, определена чрез модела Boness;

S<sub>0</sub> – спот курс на базовия инструмент;

E – цена на упражняване;

с – очаквана норма на възвращаемост на базовия инструмент;

T – време до падежа;

N – функция на стандартното кумулативно нормално разпределение със средна стойност нула и стандартно отклонение единица;

e – неперовото число;

d<sub>1</sub>, d<sub>2</sub> – параметри, отчитащи влиянието на ценообразуващите фактори.

### 3. Оценяване на европейски опции чрез избраните вероятностни модели

Обект на настоящото изследване са тринадесет кол и тринадесет пут опции, базирани върху акции на публични компании от индексите на: Дойче борс – Dax-30<sup>5</sup>; Парижката фондова борса – CAC-40<sup>6</sup> и Амстердамската фондова борса – AEX<sup>7</sup>. Извадката от данни за пазарния курс на базовия актив обхваща периода 23.07.2018 – 23.07.2019 г.<sup>8</sup>. Оценяваните опционни контракти, базирани върху посочените акции, се търгуват на EURONEXT и са със следните падежни цикли: четири от тях са с падеж месец август; пет са с падеж месец септември и три от тях изтичат през месец октомври и останалата единствена опция изтича през месец декември<sup>9</sup>. Следва да подчертаем, че всяка кол и пут опция, базирана върху посочените акции, е с еквивалентен остатъчен срок до падежа. Резултатите от емпирично приложените модели за оценяване на европейски опции са съпоставени с пазарната премия на всяка опция към 29.07.2019 г. За по-голяма обективност и прецизност при анализа на резултатите (теоретичната цена на финансовите деривати) от трите модела сме приложили статистическите показатели: абсолютна грешка (BIAS), абсолютна квадратична грешка (ASE), процентна грешка (PE) и средна процентна грешка (APE).

От Таблица 1.1. и Таблица 1.2. е видно, че с най-достоверни резултати от изследваните модели е моделът на Corrado&Su – 46,15%, следван от модела Black&Scholes – 38,46% и с най-малка успеваемост е моделът на Boness – 30,77%. Тези резултати не ни изненадват поради факта, че моделът на Boness е изграден за оценка на варианти, от една страна, и същевременно не отчита всички фактори, рефлектиращи върху опционната премия. Сумата от отделните стойности на успеваемостта на приложените модели надвишава 1 (100%), поради обстоятелството, че за две от изследваните опции моделите на Black& Scholes и Corrado&Su изчисляват еднаква цена. С цел коректно отчитане на общите резултати за тези опционни контракти и двата модела са класирани на първа позиция. При два от кол контрактите (базираните върху акции на компаниите L'Oreal и Galapagos) моделът на Corrado&Su формира теоретични цени, много близки до фактическите. Макар и с общо най-слаби резултати от трите приложени вероятностни модела, моделът на Boness дава най-достоверна оценка за един от тринадесетте кол контракта (базираният върху акции на Vinci Sa), за който моделът е определил теоретична цена от

<sup>5</sup> От посочения индекс са изследвани следните акции SAP SE (SAPG), Bayer AG NA (BAYGn), BASF SE (BASFn), Daimler AG (DAING), върху които се търгуват опционни контракти.

<sup>6</sup> От посочения индекс са анализирани следните акции VINCI SA (SGEF), Louis Vuitton (LVMH), L'Oreal (OREP), Orange SA (ORAN), като базови за оценяваните опционни контракти.

<sup>7</sup> От посочения индекс са изследвани акциите на: NN Group NV (NN), Ahold NV (AD), Royal Dutch Shell (RDSa), ING Group NV (INGA), Galapagos NV (GLPG), като базови за оценяваните опционни контракти.

<sup>8</sup> Източник на ползваните данни за пазарните цени на акциите: <https://www.investing.com>

<sup>9</sup> Източник за котировките на оценяваните опционни контракти: <https://euronext.com/en>

1,89 USD при реална пазарна премия 1,90 USD. Това е, макар и единичен, пример за популярното през последните години в сферата на финансите твърдение, че простите модели в много практически ситуации дават по-добри резултати от сложните иконометрични модели.

**Таблица 1.1.**

Оценка на кол опции чрез моделите на Black&Scholes, Corrado&Su и Boness

Model	SAP SE	Bayer	BASF SE	Daimler AG	Vinci SA	LVMH	L'Oreal SA	Orange SA	NN Group NV	AHOLD NV	Royal Dutch Shell	ING Groep NV	Galapagos NV
B&S	3,94	2,70	2,96	1,15	1,71	28,97	4,99	1,18	0,54	1,59	0,51	0,81	33,38
C&S	3,21	2,34	3,04	1,17	1,74	28,97	4,77	1,16	0,43	1,56	0,51	0,82	31,43
Bones	4,01	2,91	3,29	1,28	1,89	29,76	5,15	1,27	0,68	1,72	0,58	0,90	33,47
Market premium	2,65	2,57	1,96	0,71	1,9	28,5	4,7	1,32	0,31	1,79	0,4	0,85	31
BIAS B&S	+1,29	+0,13	+1,00	+0,44	-0,19	+0,47	-0,29	-0,14	+0,23	-0,20	+0,11	-0,04	+2,38
BIAS C&S	+0,56	-0,23	+1,08	+0,46	-0,16	+0,47	-0,07	-0,16	+0,12	-0,23	+0,11	-0,03	+0,43
BIAS Bones	+1,36	+0,34	+1,33	+0,57	-0,01	+1,26	-0,45	-0,05	+0,37	-0,07	+0,18	+0,05	+2,47
AE B&S	1,67	0,02	1,00	0,20	0,03	0,22	0,08	0,02	0,05	0,04	0,01	0,00	5,66
AE C&S	0,31	0,06	1,16	0,21	0,03	0,22	0,01	0,03	0,01	0,06	0,01	0,00	0,19
AE Bones	1,86	0,11	1,76	0,32	0,00	1,59	0,20	0,00	0,14	0,00	0,03	0,00	6,09
%E B&S	48,7	5,1	51,0	62,0	-10,0	1,6	-6,2	-10,6	74,2	-11,2	27,5	-4,7	7,7
%E C&S	21,1	-8,9	55,1	64,8	-8,4	1,6	-1,5	-12,1	38,7	-12,8	27,5	-3,5	1,4
%E Bones	51,3	13,2	67,9	80,3	-0,5	4,4	-9,6	-3,8	119,4	-3,9	45,0	5,9	8,0

**Таблица 1.2.** Обобщени резултати от оценяването на кол опциите

Модел	APE	Надценени контракти	Подценени контракти
B&S	24,6 %	8 от 13 (61,54 %)	5 от 13 (38,46 %)
C&S	19,8 %	7 от 13 (53,85 %)	6 от 13 (46,15 %)
Bones	31,8 %	9 от 13 (69,23 %)	4 от 13 (30,77 %)

При оценяването на кол опциите с най-малка средна процентна грешка (APE) от 19,8 е моделът на Corrado&Su. На второ място с APE 24,6 е моделът Black&Scholes и на трето място с APE 31,8 остава моделът на Boness.

Ранжирането по успешност на трите вероятностни модела в настоящото емпирично тестване при оценяване на кол опции потвърждава тезата, че включването на асиметрията и ексцеса във формулния апарат на вероятностните модели подобрява значително резултатите, като ги доближава до реално формираните пазарни цени (Таблица 1.2.). По този начин се решават проблемите с функцията на разпределението на доходността и цената на базовия актив, чието пренебрегване в моделите, предшествващи този на Corrado&Su, дава сериозни отклонения.

**Таблица 2.1.** Оценка на пут опции чрез моделите на Black&Scholes и Corrado&Su

Model	SAP SE	Bayer	BASF SE	Daimler AG	Vinci SA	LVMH	L'Oreal SA	Orange SA	NN Group NV	AHOLD NV	Royal Dutch Shell	ING Grope NV	Galapagos NV
B&S	3,07	3,07	1,83	1,60	2,20	14,61	4,99	2,89	1,42	3,72	0,87	2,85	44,81
C&S	2,43	2,73	1,91	1,63	2,27	14,38	4,78	3,06	1,34	3,86	0,86	2,77	64,45
Market premium	2,5	2,52	1,7	1,7	2,32	12,32	4,4	2,83	1,34	3,81	0,38	2,9	40,3
BIAS B&S	+0,57	+0,55	+0,13	-0,10	-0,12	+2,29	+0,59	+0,06	+0,08	-0,09	+0,49	-0,05	+4,51
BIAS C&S	-0,07	+0,21	+0,21	-0,07	-0,05	+2,06	+0,38	+0,23	0,00	+0,05	+0,48	-0,13	+24,15
AE B&S	0,33	0,30	0,02	0,01	0,01	5,25	0,35	0,00	0,01	0,01	0,24	0,00	20,35
AE C&S	0,01	0,04	0,04	0,00	0,00	4,25	0,15	0,06	0,00	0,00	0,23	0,02	583,18
%E B&S	22,8	21,8	7,6	-5,9	-5,2	18,6	13,4	2,1	6,0	-2,4	128,9	-1,7	11,2
%E C&S	-2,8	8,3	12,4	-4,1	-2,2	16,7	8,6	8,1	0,0	1,3	126,3	-4,5	59,9

За оценяването на пут опциите прилагаме само двата модела – тези на Corrado&Su и Black&Scholes, тъй като, както показвахме в предходните методологични точки, моделът на Boness е конструиран единствено за кол контракти. В специализираната литература не откриваме негова адаптация за оценяване на пут опции. В обхвата на настоящото изследване тествахме оценяване на пут опции с модела на Boness на базата на оценките от кол и кол-пут паритета (което е фундаментално правило и метод при оценяването на опции)<sup>10</sup>, но резултатите бяха незадоволителни.

**Таблица 2.2.** Обобщени резултати от оценяването на пут опциите

Модел	APE	Надценени контракти	Подценени контракти
B&S	19,0 %	9 от 13 (69,23 %)	4 от 13 (30,77 %)
C&S	19,6 %	8 от 13 (61,54 %)	4 от 13 (30,77 %)

Обобщените резултати от оценяването на тринадесетте пут контракта с моделите на Black&Scholes и Corrado&Su са изключително близки – с разлика в средната процентна грешка (APE) от 0,6% в полза на Black&Scholes (Таблицы 2.1. и 2.2.). Като цяло и двата модела дават надценен резултат за около две трети от пут контрактите и съответно за една трета подценен. Поради абсолютното съвпадение на резултата за един от контрактите при модела на Corrado&Su неговата относителна успешност е по-балансирана. Прави впечатление и това, че моделът на Corrado&Su дава практически еднаква успеваемост както за кол, така и за пут опциите (с разлика само от 0,2%).

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Настоящото изследване показва емпирично аргументирано, че резултатите от модела Black&Scholes не са достатъчно най-надеждни при оценяването на европейски кол опции. Причините за тези изводи са известни и те се обясняват с базовите ограничителни условия на B&S модела. Обстоятелството, че отклоненията от логнормалното кумулативно разпределение на спот курса на базовия инструмент, както и функцията на нормално разпределение на доходността, не са включени във формулния апарат, създават условия за неточни оценки на опционните контракти. От тестването на трите вероятностни модела за европейски кол опции са налице както силно завишени, така и силно занижени оценки.

<sup>10</sup> За същността и приложението на кол-пут паритета виж: Симеонов, Ст. Финансови деривати, ОПЦИИТЕ. София: Авангард принт, 2015.

Най-голям брой контракти отклонения се проявяват при модела на Boness и малко по-рядко в модела на Black&Scholes. При първия модел това не бива да ни изненадва, поради факта, че той преди всичко е създаден за оценяване на варанти и паралелно с това не отчита влиянието на безрисковия лихвен процент. По-високата успеваемост на модела на Corrado&Su при кол опциите обясняваме с неговата обективизирана формула, която включва отчитането на асиметрията и ексцеса. Обобщените резултати от оценяването на пут опциите с моделите на Black&Scholes и Corrado&Su са изключително близки с кумулативна осреднена грешка малко под 20%. Като цяло всеки от моделите дава известно надценяване за повече от контрактите, като това се проявява по-често при пут опциите. Моделът на Corrado&Su отчете изравнена надеждност в оценяването на кол и пут опциите.

## REFERENCES:

1. **Abdurakhman, 2019:** "The Fifth-Moment Effect in Black-Scholes Model". *Applied Mathematical Sciences*, 617–622.
2. **Aboura, S. 2013:** Empirical Performance Study of Alternative Option Pricing Models: An Application to the French Option Market. *Journal of Stock & Forex Trading*.
3. **Blancard, G., Jurczenko, E., & Maillet, B. 2001:** The Approximate Option Pricing Model: Empirical Performances on the French Market.
4. **Boness, J. 1964:** Elements of a Theory of Stock-Option Value. *Journal of Political Economy*.
5. **Brown, A., Robinson, D. 2002:** Skewness and Kurtosis Implied by Option Prices: A Correction.
6. **Corrado, C., Su, T. 1996:** S&P 500 INDEX OPTION TESTS OF TARROW AND RUDD'S APPROXIMATE OPTION VALUATION FORMULA. *The Journal of Futures Markets*, Vol. 16, No. 6, 611–629.
7. **Corrado, C., Su, T. 1997:** Implied volatility skews and stock return skewness and kurtosis implied by stock option prices. *The European Journal of Finance* 3, 73–85.
8. **Hassan, S. 1999:** *The Black-Scholes Model and the Pricing of Stock Options in South Africa*. UNIVERSITY OF CAPE TOWN SCHOOL OF ECONOMICS.
9. **Haug, E. 2007:** *The complete guide to option pricing formulas*. McGraw-Hill.
10. **Kim, S. (н.д.).** Skewness vs. Kurtosis: Implications for Pricing and Hedging Options.
11. **Lin, X., Wang, C., Wang, N., Yang, J. 2018:** *INVESTMENT, TOBIN'S Q, AND INTEREST RATES*. NBER WORKING PAPER SERIES.
12. **Liu, D., Huang, S. 2016:** The Performance of Hybrid Artificial Neural Network Models for Option Pricing during Financial Crises. *Journal of Data Science*, 1–18.
13. **Maia, V., Figueiredo, A., Klötzle, M. 2014:** Smoothing the Volatility Smile using the Corrado-Su Model. *V Congresso Nacional de Administração e Ciências Contábeis*.
14. **Simeonov, S. 2012:** *Financial Derivatives*. Veliko Tarnovo, Abagar.
15. **Симеонов, С. 2015:** *Финансови деривати, ОПЦИИТЕ*. Русе: Авангард принт.

”

---

## За контакти:

Стефан Симеонов, доцент, доктор  
Служебен адрес: гр. Свищов 5250, ул. „Емануил Чакъров“ № 2  
Стопанска академия „Д. А. Ценов“,  
катедра „Финанси и кредит“  
Ел. поща: s.simeonov@uni-svishtov.bg

Теодор Тодоров, доктор  
Служебен адрес: гр. Свищов 5250, ул. „Емануил Чакъров“ № 2  
Стопанска академия „Д. А. Ценов“,  
катедра „Финанси и кредит“  
Ел. поща: tmtodorov@uni-svishtov.bg

---