



„СЪВРЕМЕННИ ПРЕДИЗВИКАТЕЛСТВА ПРЕД ОЦЕНЯВАНЕТО НА ЕВРОПЕЙСКИ СТИЛ ВАЛУТНИ ОПЦИИ“

CONTEMPORARY CHALLENGES TO THE ASSESSMENT OF EUROPEAN-STYLE CURRENCY OPTIONS

Теодор Тодоров
Teodor Todorov

Великотърновски университет „Св. Св. Кирил и Методий“
St. Cyril and St. Methodius University of Veliko Tarnovo

Abstract: The article draws attention to the development of an algorithm for calculating the theoretical value of European-style currency options. It demonstrates the application of three models for assessing currency options: the Garman-Kohlhagen model (1983), the Biger-Hull model (1983), and the Grabbe model (1983). The results of the evaluation of the European currency option contracts are compared with the real option premium, and, for this purpose, a specialized set of statistical indicators has been applied. In line with this, we determine how much the currency options at the time of evaluation are undervalued or overvalued, which is a prerequisite for making rational investment decisions. From a practical point of view, the author attempts to empirically establish the success rate of the models as adequate tools for evaluating European-style currency options.

Keywords: financial derivatives; currency options; call option evaluation; put option evaluation.

JEL: G13, C52, D53

ВЪВЕДЕНИЕ

Валутните опции са една малка „частица“ от „вселената“ от финансови инструменти влизащи в състава на финансовите деривати. Отличителен белег е способността им да задоволят инвестиционните потребности на инвестиционната общност свързани с инвестиционните мотиви – хеджиране, спекулиране и арбитражиране. Настоящото изследване акцентира върху апробирането на три специализирани модела Garman&Kohlhagen model (1983), Biger & Hull model (1983) и Grabbe model (1983) за оценка на европейски стил валутни кол и пут опции върху водещи валутни двойки. Специфика на настоящата статия се предопределя от базовият актив на опционни контракт, а именно най-бързоликвидния актив (валута). В областта на финансовия инженеринг и в частност оценяването на финансови деривати значителна част от модели за оценка са свързани с оценяване на опции върху акции. Затова в настоящата разработка, ще обърнем сериозно внимание на моделите Garman&Kohlhagen model (1983), Biger & Hull model (1983) и Grabbe model (1983), който са тясно специализирани и създадени с цел оценката на валутни опционни контракти.

Обекта на изследването представлява количествена оценка на общо осемнадесет кол и пут валутни опции базирани върху най-ликвидните в глобален мащаб валутни двойки.

Предмета на разработката включва емпиричното тестване на моделите Garman&Kohlhagen model (1983), Biger & Hull model (1983) и Grabbe model (1983) за детерминирането на теоретичната стойност на европейски стил валутни кол и пут опции.

Целта на настоящата статия е дефинирането на теоретичната стойност на валутните опции чрез моделите на – Garman&Kohlhagen model (1983), Biger & Hull model (1983) и Grabbe model (1983) и в унисон с това съпоставката и с реалната пазарна опционна премия, като за целта използваме два статистически критерия (AD) – абсолютното отклонение и (APE) – абсолютна процентна грешка за последващ сравнителен анализ.

Задачите, които си поставяме за изпълнение са следните:

- Теоретично представяне и цялостно извеждане на формулния апарат на моделите Garman&Kohlhagen model (1983), Biger & Hull model (1983) и Grabbe model (1983);
- Апробиране на моделите Garman&Kohlhagen model (1983), Biger & Hull model (1983) и Grabbe model (1983) за оценка на валутни кол и пут опции;
- Съпоставяне на формираните финални резултати от приложението на моделите за оценка на валутните опции с реалната опционна премия чрез внедряването на няколко статистически измерители.

1. МЕТОДОЛОГИЯ НА ИЗСЛЕДВАНЕТО

В настоящата точка ще представим в теоретичен аспект три модела за оценка на Европейски стил валутни кол и пут опции. Първият модел, на който ще обърнем сериозно внимание е модела на Garman&Kohlhagen (1983). В специализираната научна литература се смята, че въпросния модел е най-популярния и същевременно най-използвания в световен мащаб модел за оценка на валутни опции. В областта на финансовия инженеринг и в конкретика в оценяването на „финансови производни инструменти“¹ се прокарва становището, че това е първият по рода си модел за оценка на валутни опции. Разбира се подобно твърдение е силно казано имайки предвид, че останалите два анализирани от нас модела Biger & Hull model и Grabbe model, са конструирани и представени пред научната общност през същата година 1983, както и модела на Garman&Kohlhagen (1983). Характерна особеност на модела на двата учени Mark B. Garman и Steven W. Kohlhagen, че то концептуално произлиза от фундаменталния модел за оценка на опции върху акции Black & Scholes (1973). Отличителната черта на модела Garman&Kohlhagen (1983) за оценка на валутни опции за разлика от B&S е свързан с безрисковата доходност², като във финалното уравнение на модела се включват лихвения процент по котировъчната валута и лихвения процент по базовата валута. Във формализиран вид теоретичната стойност на валутната кол опция се определя по следния начин (Garman & Kohlhagen, 1983):

$$(1.1) C = S * e^{-rf*t} * N(d_1) - E * e^{-rd*t} * N(d_2);$$

$$(1.2) d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{E}\right) + \left(r_d - r_f + \frac{\sigma^2}{2}\right) * t}{\sigma * \sqrt{t}};$$

$$(1.3) d_2 = d_1 - \sigma \sqrt{t};$$

Където:

C – представлява теоретичната стойност на валутна кол опция;

¹ Тук автора визира понятието финансови деривати.

² За безрискова доходност приемаме годишната доходност по 10-годишните ДЦК на съответните страни.

S – представлява спот курса между двете валути;

E – представлява цената на упражняване;

t – представлява времето до падежа на опцията;

σ – представлява стандартното отклонение на дневната доходност на съответната валутна двойка;

r_f – представлява лихвения процент по базовата валута;

r_d – представлява лихвения процент по оценъчната валута;

e – представлява неперовото число;

LN – представлява натурален логаритъм

N – представлява стандартното кумулативно вероятностно разпределение;

d_1 – представлява параметър, отчитащ влиянието на ценообразуващите фактори;

d_2 – представлява параметър, отчитащ влиянието на ценообразуващите фактори;

Съответно за определянето на стойността на валутната пут опция се използва следната методика: (Симеонов, 2015)

$$(1.4) P = E * e^{-r_d * t} * N(-d_2) - S * e^{-r_f * t} * N(-d_1);$$

$$(1.5.) d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{E}\right) + \left(r_d - r_f + \frac{\sigma^2}{2}\right) * t}{\sigma * \sqrt{t}};$$

$$(1.6) d_2 = d_1 - \sigma \sqrt{t};$$

Където:

P – представлява теоретичната стойност на валутна пут опция;

S – представлява спот курса между двете валути;

E – представлява цената на упражняване;

t – представлява времето до падежа на опцията;

σ – представлява стандартното отклонение на дневната доходност на съответната валутна двойка;

r_f – представлява лихвения процент по базовата валута;

r_d – представлява лихвения процент по оценъчната валута;

e – представлява неперовото число;

LN – представлява натурален логаритъм

N – представлява стандартното кумулативно вероятностно разпределение;

d_1 – представлява параметър, отчитащ влиянието на ценообразуващите фактори;

d_2 – представлява параметър, отчитащ влиянието на ценообразуващите фактори;

Следващият модел, който ще представим в настоящата разработка е модела на Biger & Hull model (1983). За да сме максимално обективни в теоретична обосновка на модела, ще представим два варианта за негово емпирично приложение. Първият вариант силно наподобява модела на Garman&Kohlhagen (1983), като алгоритъма за определянето на теоретичната стойност на кол опцията е както следва (Biger & Hull, 1983):

$$(1.7) C = S * e^{-r_f * t} * N(d_1) - E * e^{-r_d * t} * N(d_2);$$

$$(1.8) d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{E}\right) + \left(r_d - r_f + \frac{\sigma^2}{2}\right) * t}{\sigma * \sqrt{t}};$$

$$(1.9) d_2 = d_1 - \sigma \sqrt{t};$$

Където:

C – представлява теоретичната стойност на валутна кол опция;

S – представлява спот курса между двете валути;

E – представлява цената на упражняване;

t – представлява времето до падежа на опцията;

σ – представлява стандартното отклонение на дневната доходност на съответната валутна двойка;

r_f – представлява лихвения процент по базовата валута;

r_d – представлява лихвения процент по оценъчната валута;

e – представлява неперовото число;

LN – представлява натурален логаритъм

N – представлява стандартното кумулативно вероятностно разпределение;

d_1 – представлява параметър, отчитащ влиянието на ценообразуващите фактори;

d_2 – представлява параметър, отчитащ влиянието на ценообразуващите фактори;

Формулата за калкулирането на теоретична стойност на валутната пут опция е следната (Amin & Jarrow, 1991):

$$(1.10) P = C + E * e^{-rd*st} - S * e^{-rf*st};$$

Където:

P – представлява теоретичната стойност на валутна пут опция;

S – представлява спот курса между двете валути;

E – представлява цената на упражняване;

t – представлява времето до падежа на опцията;

σ – представлява стандартното отклонение на дневната доходност на съответната валутна двойка;

r_f – представлява лихвения процент по базовата валута;

r_d – представлява лихвения процент по оценъчната валута;

e – представлява неперовото число;

LN – представлява натурален логаритъм

N – представлява стандартното кумулативно вероятностно разпределение;

d_1 – представлява параметър, отчитащ влиянието на ценообразуващите фактори;

d_2 – представлява параметър, отчитащ влиянието на ценообразуващите фактори;

Вторият вариант на модела на Biger & Hull model (1983), който ще представим в настоящото изследване има една съществена особеност във финалното уравнение за детерминирането на опционна премия на оценяваните валутни опции. Ключов фрагмент от детерминантите на опционна премия заема форуърд курс на базовия инструмент, който на практика означава една своеобразна по рода си „ревизия“ на първоначалния вариант модела, свързана с изключването на спот курса от състава на ценообразуващите фактори и на негово място инкорпорирането на форуърд курс. По дефиниция форуърд курс (Пътев, 2014) представлява бъдещия (прогнозният) валутен курс на конкретна валутна двойка, калкулиран на базата на лихвения диференциал между двете валути.

$$(1.11) C = F * e^{-rf*st} * N(d_1) - E * e^{-rd*st} * N(d_2);$$

$$(1.12) d_1 = \frac{Ln\left(\frac{S}{E}\right) + \left(r_d - r_f + \frac{\sigma^2}{2}\right) * t}{\sigma * \sqrt{t}};$$

$$(1.13) d_2 = d_1 - \sigma \sqrt{t};$$

$$(1.14) F = S * \frac{(1 + r_d * t)}{(1 + r_f * t)};$$

Където:

C – представлява теоретичната стойност на валутна кол опция;

F – представлява форуърд курса между двете валути;

E – представлява цената на упражняване;

t – представлява времето до падежа на опцията;

σ – представлява стандартното отклонение на дневната доходност на съответната валутна двойка;

r_f – представлява лихвения процент по базовата валута;

r_d – представлява лихвения процент по оценъчната валута;

e – представлява неперовото число;

LN – представлява натурален логаритъм

N – представлява стандартното кумулативно вероятностно разпределение;

d_1 – представлява параметър, отчитащ влиянието на ценообразуващите фактори;

d_2 – представлява параметър, отчитащ влиянието на ценообразуващите фактори;

Формулата за калкулирането на теоретична стойност на валутната пут опция е следната:

$$(1.15) P = C + E * e^{-rd*t} - F * e^{-rf*t};$$

$$(1.16) F = S * \frac{(1+r_d*t)}{(1+r_f*t)}$$

Където:

P – представлява теоретичната стойност на валутна пут опция;

F – представлява форуърд курса между двете валути;

E – представлява цената на упражняване;

t – представлява времето до падежа на опцията;

σ – представлява стандартното отклонение на дневната доходност на съответната валутна двойка;

r_f – представлява лихвения процент по базовата валута;

r_d – представлява лихвения процент по оценъчната валута;

e – представлява неперовото число;

LN – представлява натурален логаритъм

N – представлява стандартното кумулативно вероятностно разпределение;

d_1 – представлява параметър, отчитащ влиянието на ценообразуващите фактори;

d_2 – представлява параметър, отчитащ влиянието на ценообразуващите фактори;

Последния от поредицата модели, който ще представим в настоящата разработка е модела на Grabbe model (1983). От една страна методика за оценяване на валутни опции предложена от Grabbe model (1983) наподобява вторият вариант на модела на Biger & Hull model (1983) и включването на форуърд курса във финалното уравнение. Съществена разлика в модела на Grabbe откриваме с въвеждането на параметъра волатилност (тоест измерител на риска) стандартно отклонение на форуърд курса. Тоест анализирания от нас модел функционира единство и само с употребата на форуърд курса на валутна двойка и съответно игнорира употребата на спот курса. Механизма за определянето на теоретичната стойност на валутната кол опция е както следва (Grabbe, 1983):

$$(1.17) C = (F * N(d_1) - E * N(d_2)) * e^{-rd*t}$$

$$(1.18) d_1 = \frac{\ln\left(\frac{F}{E}\right) + \left(r_d - r_f + \frac{\sigma_F^2}{2}\right) * t}{\sigma_F * \sqrt{t}};$$

$$(1.19) d_2 = d_1 - \sigma_F * \sqrt{t}$$

$$(1.20) F = S * \frac{(1+r_d*t)}{(1+r_f*t)}$$

Където:

C – представлява теоретичната стойност на валутна кол опция;

F – представлява форуърд курса между двете валути;
 E – представлява цената на упражняване;
 t – представлява времето до падежа на опцията;
 σ – представлява стандартното отклонение на дневната доходност на съответната валутна двойка;

r_f – представлява лихвения процент по базовата валута;
 r_d – представлява лихвения процент по оценъчната валута;
 e – представлява неперовото число;
 LN – представлява натурален логаритъм
 N – представлява стандартното кумулативно вероятностно разпределение;
 d_1 – представлява параметър, отчитащ влиянието на ценообразуващите фактори;
 d_2 – представлява параметър, отчитащ влиянието на ценообразуващите фактори;
 Формулата за калкулирането на теоретична стойност на валутната пут опция е следната (Sharma, 2012):

$$(1.21) P = (E * N(-d_2) - S * N(-d_1)) * e^{-rd * t};$$

$$(1.22) F = S * \frac{(1+r_d * t)}{(1+r_f * t)};$$

$$(1.23) d_2 = d_1 - \frac{\ln\left(\frac{F}{E}\right) + \left(r_d - r_f + \frac{\sigma_F^2}{2}\right) * t}{\sigma_F * \sqrt{t}}$$

$$(1.24) d_2 = d_1 - \sigma_F * \sqrt{t}$$

Където:

P – представлява теоретичната стойност на валутна пут опция;
 F – представлява форуърд курса между двете валути;
 E – представлява цената на упражняване;
 t – представлява времето до падежа на опцията;
 σ – представлява стандартното отклонение на дневната доходност на съответната валутна двойка;

r_f – представлява лихвения процент по базовата валута;
 r_d – представлява лихвения процент по оценъчната валута;
 e – представлява неперовото число;
 LN – представлява натурален логаритъм
 N – представлява стандартното кумулативно вероятностно разпределение;
 d_1 – представлява параметър, отчитащ влиянието на ценообразуващите фактори;
 d_2 – представлява параметър, отчитащ влиянието на ценообразуващите фактори;

2. РЕЗУЛТАТИ ОТ ПРИЛОЖЕНИЕТО НА МОДЕЛИТЕ ЗА ОЦЕНКА НА ВАЛУТНИТЕ ОПЦИИ

Обекта на изследването включва оценка на общо осемнадесет валутни опции, тоест девет кол и девет пут опции базирани върху следните валутни двойки: EUR/USD, GBP/USD, JPY/USD, CAD/USD, AUD/USD, EUR/CAD, EUR/CHF, EUR/JPY и EUR/AUD³.

³ Борсовите стойности на анализиранияте валути са на дневна база и обхващат периода 28.04.2022 г. – 28.04.2023 г., с източник <https://finance.yahoo.com/currencies>

Таблица – 2.1 Резултати от апробирането на моделите за оценка на валутните кол опции⁴

Call Option	EUR/USD	GBP/USD	JPY/USD	CAD/USD	AUD/USD	EUR/CAD	EUR/CHF	EUR/JPY	EUR/AUD
German&Kohlhagen model (1983) ⁵	0.0528	0.2894	0.0005	0.1154	0.0140	0.0658	0.0317	24.7930	0.0618
Biger&Hull model (1983) (1)	0.0528	0.2894	0.0005	0.1154	0.0140	0.0658	0.0317	24.7930	0.0618
Biger&Hull model (1983) (2)	0.0523	0.2891	0.0005	0.1155	0.0141	0.0609	0.0292	21.5590	0.0570
Grabbe model (1983)	0.2192	0.4417	0.0016	0.2138	0.0476	0.2244	0.1002	34.5676	0.1279
Option Premium	0.0571	0.3039	0.0006	0.1237	0.0250	0.0394	0.0231	23.2000	0.0304
AD German&Kohlhagen model (1983) ⁶	0.0043	0.0145	0.0000	0.0083	0.0110	0.0264	0.0086	1.5930	0.0314
APE German&Kohlhagen model (1983)	7.59%	4.77%	6.36%	6.71%	43.97%	67.01%	37.27%	6.87%	103.45%
AD Biger&Hull model (1983) (1)	0.0043	0.0145	0.0000	0.0083	0.0110	0.0264	0.0086	1.5930	0.0314
APE Biger&Hull model (1983) (1)	7.59%	4.77%	6.36%	6.71%	43.97%	67.01%	37.27%	6.87%	103.45%
AD Biger&Hull model (1983) (2)	0.48%	0.0148	0.0000	0.0082	0.0109	0.0215	0.0061	1.6410	0.0266
APE Biger&Hull model (1983) (2)	8.34%	4.87%	6.29%	6.63%	43.70%	54.56%	26.35%	7.07%	87.55%
AD Grabbe model (1983)	0.1621	0.1378	0.0011	0.0901	0.0226	0.1850	0.0771	11.3676	0.0975
APE Grabbe model (1983)	283.82%	45.35%	190.51%	72.8%	90.35%	469.62%	333.95%	49.00%	320.76%

От формираните финални резултати свързани с оценката на валутните кол опции можем да установим, пълна унифицираност в крайната оценка на моделите на Garman&Kohlhagen (1983) и първият вариант на модела на Biger & Hull model (1983). Това разбира се не бива особено да ни изненадва на фона на почти идентичните финални уравнения на двата модела. От изследваните модели с най-добри резултати се откроява втория вариант на модела на Biger & Hull model (1983), при който шест от деветте валутни кол опции имат най-ниска стойност на статистическия показател APE или в процентно съотношение е 66.67%. На другия полюс са резултатите генерирани от модела на Grabbe, при който се констатира драстично отклонение във финалните резултати.

Таблица – 2.2 Резултати от апробирането на моделите за оценка на валутните пут опции

Put Option	EUR/USD	GBP/USD	JPY/USD	CAD/USD	AUD/USD	EUR/CAD	EUR/CHF	EUR/JPY	EUR/AUD
German&Kohlhagen model (1983)	0.000001	0.0806	0.0019	0.0079	0.0035	0.0249	0.0166	5.3227	0.0350
Biger&Hull model (1983) (1)	0.000001	0.0806	0.0019	0.0079	0.0035	0.0249	0.0166	5.2187	0.0350
Biger&Hull model (1983) (2)	0.000001	0.0809	0.0019	0.0079	0.0035	0.0282	0.0185	5.5890	0.0387
Grabbe model (1983)	0.000001	0.0806	0.0019	0.0079	0.0035	0.0248	0.0165	5.3175	0.0349
Option Premium	0.0001	0.0711	0.0019	0.0001	0.0001	0.0431	0.0209	11.8000	0.0594
AD German&Kohlhagen model (1983)	0.00005	0.0095	0.00004	0.0078	0.0035	0.0182	0.0043	6.4773	0.0244
APE German&Kohlhagen model (1983)	98.57%	13.30%	1.87%	7843.84%	6945.18%	42.26%	20.71%	54.89%	41.09%
AD Biger&Hull model (1983) (1)	0.00005	0.0095	0.00004	0.0078	0.0035	0.0182	0.0043	6.5813	0.0244
APE Biger&Hull model (1983) (1)	98.57%	13.30%	1.87%	7843.84%	6945.18%	42.26%	20.71%	55.77%	41.09%
AD Biger&Hull model (1983) (2)	0.00005	0.0098	0.00003	0.0078	0.0034	0.0149	0.0024	6.2110	0.0207
APE Biger&Hull model (1983) (2)	98.41%	13.74%	1.85%	7764.79%	6883.53%	34.55%	11.57%	52.64%	34.89%
AD Grabbe model (1983)	0.00005	0.0095	0.00004	0.0078	0.0035	0.0183	0.0044	6.4825	0.0245
APE Grabbe model (1983)	98.58%	13.30%	1.87%	7843.68%	6944.99%	42.55%	20.99%	54.94%	41.28%

При валутните пут опции отново можем да затвърдим сходни резултати в теоретичните стойности на двата модела Garman&Kohlhagen (1983) и първият вариант на модела на Biger & Hull model (1983). За разлика от кол опциите при пут опциите се констатира по-добри финални оценки в модела на Grabbe. От таблица 2-2 можем да установим и сериозни отклонения в теоретичната стойност съпоставима с реалната пазарна премия на всеки един от моделите за оценка на опции при валутните двойки CAD/USD и AUD/USD. С най-добрата успеваемост се откроява втория вариант на модела на Biger & Hull model (1983), с най-ниска процентна грешка в относителен размер на 77.78%, тоест седем от девет валутни пут опции.

⁴ Пазарната информация свързана с премийите на опционните контракти е налична на следните интернет сайтове: <https://www.cmegroup.com/markets/fx/g10> и <https://www.investing.com/currencies/forex-options>

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Настоящото изследване представи в практико–приложен аспект специализирана методология за количествена оценка на валутни кол и пут опции. Формираните резултати от апробирането на моделите Garman&Kohlhagen model (1983), Biger & Hull model (1983) и Grabbe model (1983), се отклоняват от реалната опционна премия. При валутните кол опции с най–добри резултати се откроява втория вариант на модела на Biger & Hull model (1983), при който шест от деветте валутни кол опции имат най–ниска стойност на статистическия показател APE или в процентно съотношение е 66.67%. Съответно при валутните пут опции с най–добрата успеваемост се откроява втория вариант на модела на Biger & Hull model (1983), с най–ниска процентна грешка в относителен размер на 77.78%, тоест седем от девет валутни пут опции.

REFERENCES:

- Amin, K., & Jarrow, R. (1991).** Pricing foreign currency options under stochastic interest rates. *Journal of International Money and Finance* - 10, 310-329.
- Biger, N., & Hull, J. (1983).** The Valuation of Currency Options. *Financial Management* (1), 24-28.
- Garman, M., & Kohlhagen, S. (1983).** Foreign Currency Option Values. *Journal of International Money and Finance*, 2,, 231-237.
- Grabbe, O. (1983).** The pricing of call and put options on foreign exchange. *Journal of International Money and Finance, Elsevier, vol. 2(3)*, 239-253.
- Patev, P. (2014).** International Financial Management. Svishtov: AI Tsenov. (in Bulgarian)
- Sharma, S. (2012).** Empirical testing of the performance of black and scholes option pricing model with alternative volatility measures. Delhi: University of Delhi.
- Simeonov, S. (2015).** Financial derivatives. THE OPTIONS. Rousse: Avangard Print. (in Bulgarian)

За контакти:

Теодор Тодоров, асистент, доктор
Служебен адрес: ул. „Арх. Г. Козаров“ №1
Ел. поща: t.m.todorov@ts.uni-vt.bg
