

МИКРОМОДЕЛИ ЗА ИЗГРАЖДАНЕ НА ТЕОРЕТИКО-ПРИЛОЖНИ МАТЕМАТИЧЕСКИ УМЕНИЯ У СТУДЕНТИ ПО ИКОНОМИКА

Антония Пушкарова

Овладеяването на математическа компетентност от студенти-икономисти е актуален проблем, произтичащ от предизвикателствата на новите реалности, пред които е изправено обучението на специалисти в съвременното информационно общество. Необходимостта от рационално организиране и управление на социално-икономическите процеси налага използване на математически методи в управлението, което е възможно само, ако у прилагачият ги са изградени и развити теоретико-приложни математически умения (ТПМУ). Те са основен компонент на математическата компетентност и в (6, с. 430) са определени като “процеси и свойства на студента-икономист, които му позволяват да използва наличните научно-теоретична математическа информация и знания (НТМИЗ), да оперира с тях при разкриване на съществени свойства и закономерности между математически обекти, успешно да решава определени теоретико-приложни задачи, т.е. да извършва математическа дейност по най-подходящ начин, който е съзнателно овладян и използван”.

Целта на настоящата разработка е разкриване дидактическата същност на изграждането на ТПМУ у студенти по икономика и обособяване на микромоделите, които са естествен резултат от търсенето на най-подходяща ориентация за това изграждане и развиване.

В процеса по овладяване на математическа компетентност уменията се изграждат и развиват в специално отделените часове за семинарни упражнения (за организираното обучение във ВУЗ е характерна лекционно-семинарната система на обучение). Семинарното упражнение е конкретна организационна форма за реализиране на обучението по Висша математика с дадена група студенти-икономисти за точно определено време. То е вид организация на дейността на преподавателя и дейността на студента за затвърдяване на теоретичната информация от лекцията и формиране на практически умения за решаване на даден проблем. Структурата и методиката на провеждане на семинарното упражнение зависят от дидактическите цели, които то ще реализира. При тази форма на обучение колективно се обсъждат въпроси във връзка с дадена тема, създават се благоприятни условия за самостоятелна и творческа дейност на студентите. Ефективността на семинарното упражнение зависи от предварителната подготовка на студентите и от умелото ръководство

на преподавателя. Формата на организация определя методите и средствата на обучение. Основен метод в случая е упражнението. Според (1, с. 234) “под упражнение се разбира съзнателно повтаряне на определено действие, за да се формират умения и навици съобразно даден еталон”. В (4, с. 619) упражнението е определено като “специално организирано, съзнателно, целенасочено и съобразено с определени методически изисквания повторение на действия в различни вариации в сходни по същество ситуации с оглед усъвършенстването им. Упражнението е основно средство за усвояване и затвърдяване на учебния материал, главен път за формиране и развитие на умения, навици и привички. Отличава се от обикновеното повторение по редица свои особености, а именно: съзнателност – повторението е обикновено неосъзнато; целенасоченост, волеви усилия, проява и развитие на преднамерено и волево внимание; повтаряне на материал в нов вариант, в нова форма, която предполага ново знание – повторението е стереотипно и шаблонно; възможност за проява и развитие на активност, самостоятелност и творчески сили...; развитие не само на памет и навици, но и на мислене и на интелектуални умения;...”. Упражнението е нагледно-практически метод, при който на базата на усвоените НТМИЗ, студентите се включват в изпълнението на учебни задачи. То винаги се прилага комбинирано със словесни методи като беседа, обяснение и др. Чрез упражняване у студентите се изграждат и развиват ТПМУ за самостоятелно прилагане на усвоените НТМИЗ. Изграждането на всяко математическо умение изисква определена система от знания и подходяща система от математически задачи. Задачите по Висша математика, които студентите-икономисти решават, са извънредно много и твърде разнообразни. Те са основно средство за изграждане и развиване на нови умения. За дидактическата роля на задачите има достатъчно информация в литературните източници (7, 2, 3). Преподавателят ги групира и систематизира за всяка тема в рамките на даден модул според методите за решаването им. Упражнението се осъществява в процеса на решаването на задачи, свързани с характера на НТМИЗ, които за студенти-икономисти са структурирани в пет модула (6, с. 429). Самото упражнение се състои от съвместната дейност на преподавателя и студентите с цел изграждане и развиване на математически умения у последните. В упражнението чрез решаване на задачи се реализира дидактическото отношение преподаване – учене. Целта на взаимодействието между тези две дейности е да се организират най-благоприятни условия за изграждане на ТПМУ. Надеждата за това ни препраща към моделиране на микроравнище, което според (5, с. 13) изследва планирането, организирането и реализирането на обучението, като се акцентува върху формулиране на целите, мотивиране на учещите се, избор на стратегии на преподаване и

учене, осъществяване на обратна връзка, оценяване и др. Микромоделите отразяват отношенията в дидактическото взаимодействие “преподаване – учене”. Овладеяването на математическа компетентност от студенти-икономисти провокира разработването на микромодели за изграждане на ТПМУ, които са база за прилагане на математически методи (ММ) в икономиката.

За изграждане на ТПМУ в рамките на модул 1 “Елементи от линейната алгебра” са необходими НТМИЗ за: детерминанти (\mathbf{T}_{1i} , $i = 1,2,3,4$) – понятие за детерминанта (\mathbf{T}_{11}), основни свойства на детерминантите (\mathbf{T}_{12}), поддетерминанта и адюндирано количество на елемент от детерминанта (\mathbf{T}_{13}), методи за пресмятане (\mathbf{T}_{14}); матрици (\mathbf{T}_{2j} , $j = 1,2,3,4,5$) – понятие за матрица и видове матрици (\mathbf{T}_{21}), операции с матрици (\mathbf{T}_{22}), елементарни преобразувания и ранг на матрица (\mathbf{T}_{23}), обратна матрица (\mathbf{T}_{24}), матрични уравнения (\mathbf{T}_{25}); системи линейни уравнения (\mathbf{T}_{3k} , $k = 1,2,3$) – общ вид, матричен запис, видове (\mathbf{T}_{31}), методи за решаване на определени системи линейни уравнения (\mathbf{T}_{32}), методи за решаване на неопределени системи линейни уравнения (\mathbf{T}_{33}); системи линейни неравенства (\mathbf{T}_{4l} , $l = 1,2,3$) – общ вид (\mathbf{T}_{41}), графично решаване на системи линейни неравенства с две неизвестни (\mathbf{T}_{42}), максимална и минимална стойност на линейна функция в областта на решенията на дадена система линейни неравенства (\mathbf{T}_{43}).

Предлагаме примерни задачи за упражнение, съответстващи на характера на НТМИЗ:

$\mathbf{З}_1$. Да се пресметнат стойностите на три детерминанти от втори ред, като за последните две се използват свойствата на детерминантите.

$\mathbf{З}_2$. Да се пресметне стойността на детерминанта от трети ред по пет различни начина и да се сравни ефективността на методите.

$\mathbf{З}_3$. Да се пресметне стойността на детерминанта от пети ред по два начина.

$\mathbf{З}_4$. Да се открие кои от матриците могат да се събират и кои да се умножават. Да се извършат означените операции с матрици.

$\mathbf{З}_5$. На базата на дадена информация, свързваща ресурсите и продукцията на дадена фирма, да се състави матрица на разходните норми или т.н. технологична матрица.

$\mathbf{З}_6$. При известни технологична матрица и матрица на производството (производствена програма) да се намери матрицата на ресурсната осигуреност.

$\mathbf{З}_7$. Да се определи ранга на матрица от тип 4×5 .

$\mathbf{З}_8$. Да се намери обратната на дадена матрица по два начина.

$\mathbf{З}_9$. Да се решат три матрични уравнения (по едно от всеки вид).

З₁₀. Да се намерят три възможни варианта за производство на три продукта на базата съответни количества на три ресурса от дадена фирма (задача за разпределение на ресурсите).

З₁₁. При разглеждане на хипотетична икономика с три основни отрасли (селско стопанство, промишленост и енергетика), известни вътрешно-отраслови и междуотраслови разходи и краен продукт да се намери общата продукция на трите отрасли и разпределението на общата продукция за всеки отрасъл (задачата е свързана с модела на Леонтиев за междуотрасловия баланс).

З₁₂. Да се решат три системи линейни уравнения, като предварително се определи вида им според броя на решенията чрез теоремата на Руше-Кронекер-Капели, а оттам и използването на съответен метод.

З₁₃. Да се намерят няколко базисни решения на неопределена система линейни уравнения.

З₁₄. Да се определи областта на решенията на система линейни неравенства с две неизвестни.

З₁₅. Да се намерят максималната и минималната стойности на линейна функция в областта на решенията на дадена система линейни неравенства.

На базата на посочените НТМИЗ и примерни задачи поетапно се изграждат математически умения за: пресмятане на детерминанти от втори и трети ред (\mathbf{Y}_{11}); операции с матрици (\mathbf{Y}_{12}); пресмятане на детерминанти от четвърти и от по-висок ред (\mathbf{Y}_{21}); определяне ранг на матрица (\mathbf{Y}_{22}); намиране на обратна матрица (\mathbf{Y}_{23}); решаване на матрични уравнения (\mathbf{Y}_{31}); определяне вида на система линейни уравнения според броя на решенията и избор на метод за решаването ѝ (\mathbf{Y}_{32}); намиране на няколко базисни решения на неопределена система линейни уравнения (\mathbf{Y}_{33}); определяне областта на решения на система линейни неравенства с две неизвестни (\mathbf{Y}_{34}); съставяне на технологична матрица (\mathbf{Y}_{41}); намиране на матрицата на ресурсната осигуреност (\mathbf{Y}_{42}); решаване на задачата за разпределение на ресурсите (\mathbf{Y}_{43}); използване модела на Леонтиев за междуотрасловия баланс (\mathbf{Y}_{44}); намиране максимална и минимална стойност на дадена линейна функция в областта на решенията на дадена система линейни неравенства (\mathbf{Y}_{45}). В използваната легенда \mathbf{Y}_{ij} първият индекс i посочва етапа на който става изграждането на съответното умение, а вторият j – кое по ред е умението за даден етап. Математическите умения, изградени на първи етап, изискват базисна НТМИЗ, на втори етап – непосредствено прилагане на базисните умения в нови конкретни ситуации, на трети етап – съчетаване на изградени умения и допълнителна НТМИЗ, на четвърти етап – прилагане на

усвоени алгоритми и творческа интерпретация при приложението им за математизиране на икономически процеси (вж. фиг. 1).

НТМИЗ необходими за изграждане на ТПМУ в рамките на модул 2 “Елементи от аналитичната геометрия” са: координатни системи и вектори ($T_1^{(2)}$); скаларно, векторно и смесено произведение на вектори ($T_2^{(2)}$); уравнение на права в равнината ($T_3^{(2)}$); уравнения на някои криви от втора степен ($T_4^{(2)}$); уравнение на равнина ($T_5^{(2)}$). Системата от примерни задачи, които предлагаме е следната:

$Z_1^{(2)}$. Дадени са върховете на триъгълник в равнината. Да се намерят дължините на страните му, на медианите и на ъглополовящите му.

$Z_2^{(2)}$. Да се намери симетричната на дадена точка спрямо друга дадена точка.

$Z_3^{(2)}$. Дадени са върховете на триъгълник в пространството. Да се намерят ъглите му.

$Z_4^{(2)}$. Да се намери лицето на триъгълник (или успоредник), зададен чрез върховете си и се определят дължините на височините му.

$Z_5^{(2)}$. Да се изчислят обемите на паралелепипед и на триъгълна пирамида, зададени с върховете си и се намерят дължините на височини през посочени върхове.

$Z_6^{(2)}$. Да се напишат уравненията на права в равнината, зададена с различни определители.

$Z_7^{(2)}$. Дадена е права в равнината с общото си уравнение. Да се определят нормалният ѝ вектор и ъгловият ѝ коефициент. Да се напишат декартовото, отрезовото и нормалното ѝ уравнения.

$Z_8^{(2)}$. Триъгълник е зададен посредством своите върхове. Да се напишат уравненията на страните му, на медианите и на височините му.

$Z_9^{(2)}$. Да се напише уравнението на симетралата на отсечка, определена от две дадени точки.

$Z_{10}^{(2)}$. Да се намери симетричната на дадена точка спрямо дадена права.

$Z_{11}^{(2)}$. Да се намери дължината на височина през посочен връх на даден триъгълник (или успоредник) по три различни начина.

$Z_{12}^{(2)}$. Да се построи модел на потребителски избор при даден доход и дадени цени на две потребителски кошници (стоки).

$Z_{13}^{(2)}$. Дадени са няколко уравнения на криви от втора степен. Да се провери кои от тях представляват окръжности.

$Z_{14}^{(2)}$. Да се напишат каноничните уравнения на окръжност, хипербола и парабола по дадени определители. Да се определят всичките им елементи.

$Z_{15}^{(2)}$. Да се напише уравнение на равнина, определена по различни начини.

З₁₆⁽²⁾. Известни са върховете на триъгълна пирамида. Да се намери дължината на височина през даден връх. Да се обсъдят различните начини за намирането ѝ.

З₁₇⁽²⁾. Да се построи модел на потребителски избор при даден доход и дадени цени на три потребителски кошници (стоки).

В рамките на модул 2 поетапно се изграждат ТПМУ за: намиране дължина на вектор ($\mathbf{Y}_{11}^{(2)}$); записване видовете уравнения на права в равнината ($\mathbf{Y}_{12}^{(2)}$); геометрично тълкуване на коефициентите в общото уравнение на права в равнината ($\mathbf{Y}_{13}^{(2)}$); пресмятане на скаларно, векторно и смесено произведение на вектори ($\mathbf{Y}_{21}^{(2)}$); записване уравнения на елементите на дадена геометрична фигура ($\mathbf{Y}_{22}^{(2)}$); разпознаване уравненията на някои криви от втора степен ($\mathbf{Y}_{23}^{(2)}$); използване уравнение на права в равнината за решаване на планиметрични задачи от училищния курс ($\mathbf{Y}_{31}^{(2)}$); определяне елементите на някои криви от втора степен ($\mathbf{Y}_{32}^{(2)}$); записване уравнение на равнина и геометрично тълкуване на коефициентите в общото уравнение на равнина ($\mathbf{Y}_{33}^{(2)}$); прилагане уравнението на права в равнината в икономиката ($\mathbf{Y}_{41}^{(2)}$); използване уравнение на равнина за решаване на стереометрични задачи от училищния курс ($\mathbf{Y}_{42}^{(2)}$); прилагане уравнението на равнина в икономиката ($\mathbf{Y}_{43}^{(2)}$) (вж. фиг. 2).

От специалист икономист се изискват умения за: съставяне математически модели на икономически процеси ($\mathbf{Y}_{11}^{(3)}$); определяне оптимално решение на модела ($\mathbf{Y}_{21}^{(3)}$); анализ на полученото решение от икономическа гледна точка ($\mathbf{Y}_{22}^{(3)}$); съставяне дуалната на дадена оптимизационна задача ($\mathbf{Y}_{31}^{(3)}$); намиране оптимално решение на двойствена задача ($\mathbf{Y}_{41}^{(3)}$); икономическа интерпретация на двойствеността ($\mathbf{Y}_{42}^{(3)}$). Посочените ТПМУ се изграждат в рамките на модул 3 “Линейно програмиране” (вж. фиг. 3), в който е включена следната НТМИЗ: обща задача на линейното програмиране ($\mathbf{T}_{11}^{(3)}$ $i = 1, 2, 3$) – постановка и свойства на задачата ($\mathbf{T}_{11}^{(3)}$), симплекс-метод ($\mathbf{T}_{12}^{(3)}$), метод на изкуствения базис или т. н. М-метод ($\mathbf{T}_{13}^{(3)}$); двойственост в линейното програмиране ($\mathbf{T}_{2j}^{(3)}$, $j = 1, 2, 3, 4$) – симетрични двойствени задачи ($\mathbf{T}_{21}^{(3)}$), несиметрични двойствени задачи ($\mathbf{T}_{22}^{(3)}$), теореми за двойственост и връзка между оптималните решения на двойствени задачи ($\mathbf{T}_{23}^{(3)}$), методи за намиране оптимално решение на двойствена задача ($\mathbf{T}_{24}^{(3)}$). Съобразявайки се с характера на НТМИЗ, предлагаме следната примерна система от задачи:

З₁⁽³⁾. Да се построи математически модел на планово-производствена задача.

З₂⁽³⁾. Да се състави модел на задача за оптимално разкрояване на линеен материал.

$З_3^{(3)}$. Да се моделира задача за оптимизиране на превозите (транспортна задача).

$З_4^{(3)}$. Да се реши конструиранят в първа задача модел и се направи икономическа интерпретация на полученото оптимално решение.

$З_5^{(3)}$. Да се намери минимумът (максимума) на линейна функция в областта на допустимите решения на дадена система ограничителни условия, която е приведена към единичен базис.

$З_6^{(3)}$. Да се определи оптимално решение на даден математически модел, в който системата ограничения не е приведена към единичен базис.

$З_7^{(3)}$. При дадена изходна оптимизационна задача, в която системата ограничения е само неравенства от типа “по-малко или равно” (“по-голямо или равно”), да се състави математически модел на дуалната ѝ, така че двете двойствени задачи да са симетрични.

$З_8^{(3)}$. Да се състави дуалната на планово-производствената задача и се направи икономическо тълкуване на получената симетрична двойка дуални задачи.

$З_9^{(3)}$. Да се състави математически модел на дуалната на дадена изходна оптимизационна задача, в която системата ограничения е само линейни уравнения, така че двете задачи да са несиметрични.

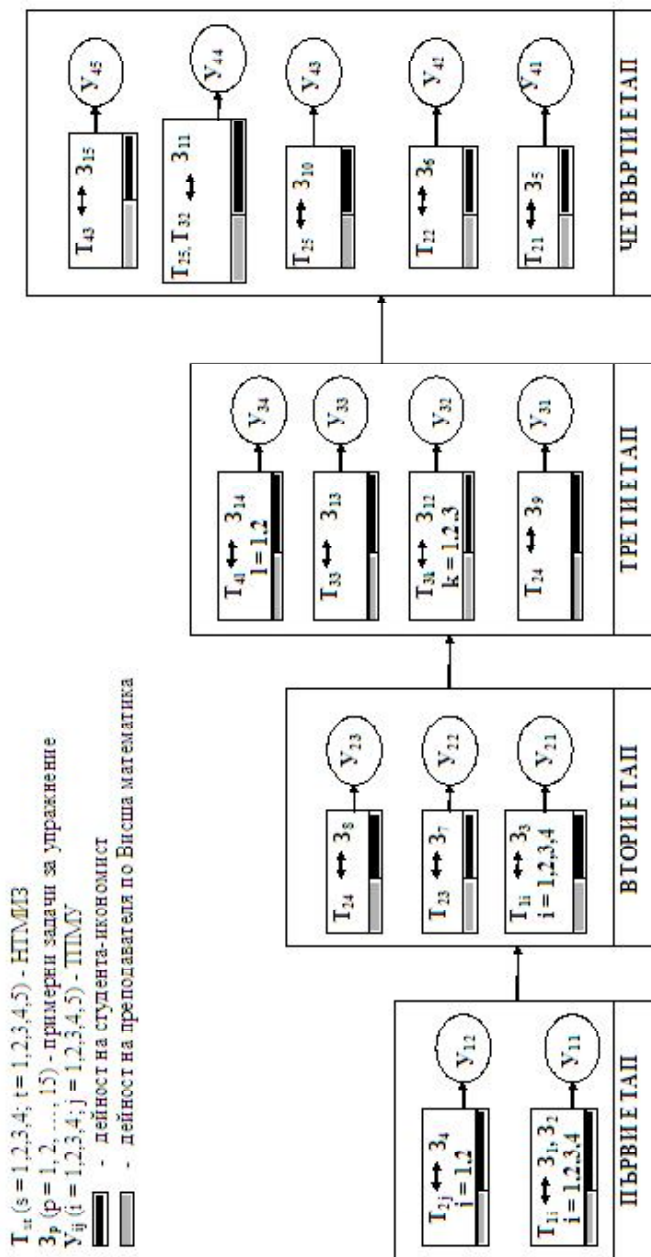
$З_{10}^{(3)}$. Да се намери максимумът (минимумът) на линейна функция при дадена система ограничения. Да се състави дуалната задача и да се определи нейното решение (без да се решава), като се илюстрират твърденията на теоремите за двойствеността.

$З_{11}^{(3)}$. Дадена е изходна оптимизационна задача. Да се определи нейното решение и решението на дуалната ѝ, като предварително се прецени коя от двете взаимно двойствени задачи е целесъобразно да се реши.

$З_{12}^{(3)}$. Нека изходната задача е планово-производствена. Да се направи икономическа интерпретация на дадената задача, на двойствената задача и на решенията им.

Конструираните микромодели позволяват у студентите по икономика да се изграждат ТПМУ, дават знание от методическа гледна точка за съдържанието на тези умения и са в помощ и на преподаватели, и на студенти. Това са модели за изграждане и развиване на ТПМУ чрез упражнения в рамките на даден модул и носят следната информация:

1. Вижда се съдържанието на НТМИЗ, необходими за ТПМУ.
2. Налице е взаимодействието между НТМИЗ, учебните задачи и ТПМУ (изграждането на ТПМУ и релациите му с НТМИЗ и задачите за упражнение).
3. Предполагат проверка оптималността на примерните учебни задачи.



Фиг. 1. Микромодел за изграждане на ТШМУ в рамките на модул 1.

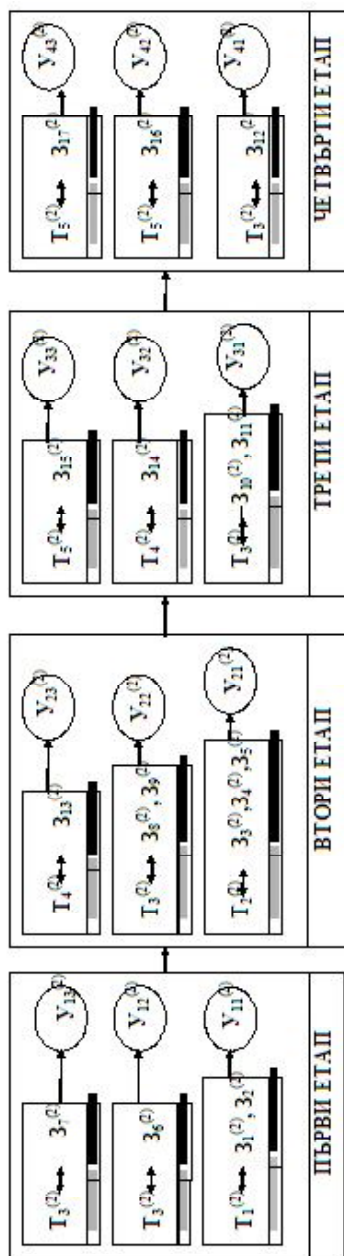
 - дейност на студента-икономист

 - дейност на преподавателя по Висша математика

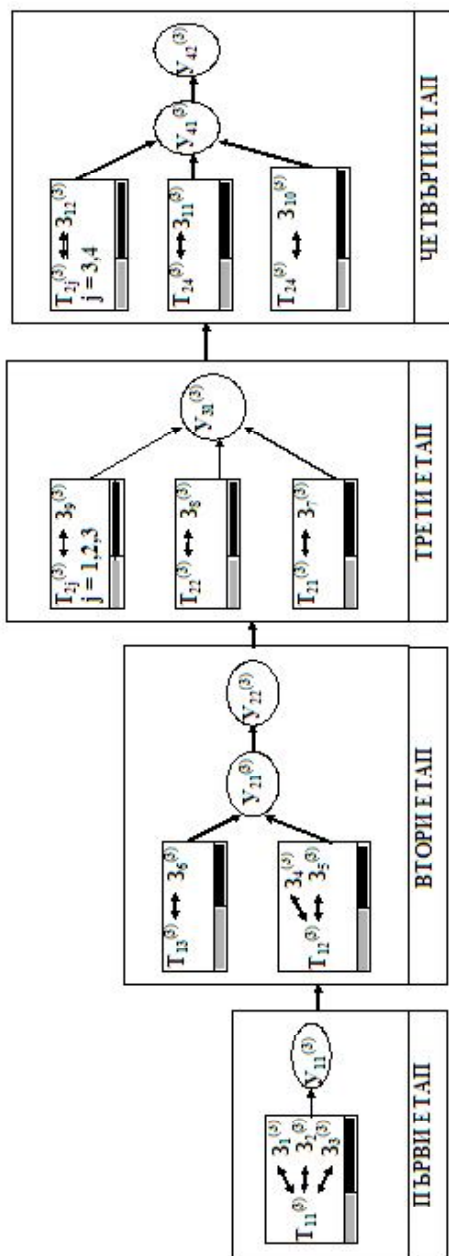
$T_k^{(i)}$, $k = 1, 5$ - научно-теоретична математическа информация и знания (НТМІЗ)

$Z_m^{(i)}$, $m = 1, 17$ - примерни задачи, съответстващи на НТМІЗ

$Y_{ij}^{(i)}$, $i = 1, 4$, $j = 1, 3$ - теоретико-приложни математически умения, изградени в рамките на модул 2



Фиг. 2. Микромодел за изграждане на ТПМУ в рамките на модул 2.



Фиг. 3. Микромодел за изграждане на ТПМУ в рамките на модул 3.

4. Дават възможност за проследяване на етапното формиране (път за изграждане) на ТПМУ.

5. Акцентуват върху значимото и същественото, имащо приложение в икономиката.

6. Осигуряват експериментално изследване.

Конструирани са аналогични модели за изграждане на ТПМУ в рамките на модул 4 “Математически анализ” и на модул 5 “Диференциални уравнения”.

Предложените микромодели отразяват реалното изграждане и развиване на ТПМУ у студенти-икономисти. Те имат динамичен характер и позволяват непрекъснато обновяване на представените системи от задачи за упражнение. Изградените модели са експериментирани в обучението по висша математика на студенти от Стопански факултет при ВТУ “Св. св. Кирил и Методий”. В процеса по овладяване на математическа компетентност могат да се извършват корекции на представените системи от знания и задачи с оглед усъвършенстване на ТПМУ. Уменията са свързани с личностните качества и се придобиват при мотивирана и управлявана учебно-познавателна дейност. Изграждането на посочените ТПМУ е насочено към формиране на способности за използване на общоизследователски математически методи от студенти-икономисти: за модул 1 – матричен метод, за модул 2 – метод на координатите и за модул 3 – метод на математическото моделиране. Прилагането на различни математически методи в икономическите изследвания е решаващо условие за ефективно управление на икономиката в съвременното информационно общество.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Андреев, М.* Процесът на обучението. Дидактика. С., 1996.
2. *Ганчев, И. и др.* Методика на обучението по математика от VIII до XI клас (първа част). С., 1996.
3. *Георгиева, М.* Общи проблеми на методиката на обучението по математика в началното училище. В. Търново, Фабер, 2001.
4. *Десев, Л.* Речник по психология. Булгарика, 1999.
5. *Михова, М.* Преподаването и ученето. Велико Търново, 2002.
6. *Пушкарова, А.* Математическа компетентност на студенти-икономисти. – В: Сборник научни доклади “Предизвикателствата на информационното общество пред статистиката и математиката – век XXI”, Свищов, 2003, 427–432.
7. *Столяр, А. А.* Педагогика на математиката. С., 1976.

MICROMODELS OF BUILDING THEORETICAL AND
PRACTICAL MATHEMATICAL SKILLS WITH STUDENTS OF ECONOMICS

ANTONIYA PUSHKAROVA

Summary

In this paper the didactic nature of building theoretical and practical mathematical skills with students of economics has been revealed. Micromodels have been proposed, coming as a natural result from the search for appropriate orientation of such building and development.