



**Онлайн сборник със задачи със софизми
по математика, информатика и информационни технологии**

Александра Жечева, Филип Петров

**Online Collection of Sophism Problems
in Mathematics, Informatics and Informational Technologies**

Aleksandra Zhecheva, Philip Petrov

***Abstract:** The article presents a website dedicated to problems with sophisms, which can be used as a didactical tool in help of teachers in Mathematics, Informatics and Informational Technologies. The project has started as a part of a diploma thesis in the Master’s program “Technologies of Education in Mathematics and Informatics” in Sofia University “St. Kliment Ohridski” with subject „Sophisms in help of the teachers of Mathematics, Informatics and Informational Technologies”. The website is available at the following Internet address: <https://sofizmi.cphpvb.net>.*

***Keywords:** sophisms, problems, mathematics, informatics, informational technologies.*

ПРОИЗХОД НА ПОНЯТИЕТО „СОФИЗЪМ“

Понятието „софизъм“ произхожда от гръцката дума „σοφία“, която буквално преведена означава „мъдрост“. Философското педагогическо течение на софистите се заражда още в Древна Гърция. Има множество източници, в които се посочват различни дефиниции на понятието, като то на няколко пъти променя своето значение [14, 3–6], [15, 2–6], [17, 1–2]. Модерното и по-тясно значение на думата „софизъм“ в педагогиката е „целенасочено неправилно умозаключение, което изглежда формално коректно“ [16, 3–4]. Една задача с приложен софизъм предполага представяне на решение, което е с привидно вярно изложена логическа последователност от стъпки, като в една или повече от тези стъпки има нарочно допусната и обикновено трудно откриваема грешка, заради която решението на задачата достига до неочакван и често парадоксален краен резултат. Някои автори смятат, че представянето на логически парадокси и софизми е ценно за приучаване към критично мислене [16, 3–4]. Поради тази причина демонстрирането и обсъждането на задачи с математически софизми може да бъде използвано като дидактическо средство за възбуждане на когнитивен дисонанс към откриване на допуснатите грешки.

В контекста на математиката софизъм се нарича „умишлено, преднамерено, невярно умозаключение, което на пръв поглед ни изглежда правилно. До него се стига, като се извършват математически действия, без да са налице условията, при които те могат да се извършват, като се правят неправилни аналогии, като се смесват някои понятия, като се предлагат неточни чертежи, изобицо, като се пропускат редица промеждутъчни звена във веригата на логическите разсъждения под предлог, че пропуснатото е вярно, съвсем ясно, очевидно – а грешката се намира често точно там и затова в изложението на „доказателството“ не може да се открие“ [3, 106–107]. Що се отнася до информатиката и информационните технологии (ИТ), не открихме в учебната литература употреба на понятието „софизъм“. Поради сходствата на дедуктивните разсъждения в стъпките за решаване на задачите, а така също и поради еквивалентността на методическите стратегии и очакваните резултати при използване на софистични задачи, терминът „софизъм“ в настоящата статия ще се употребява равнозначно по отношение на задачите от трите учебни предмета – математика, информатика и ИТ.

Не са ни известни систематизирани методически изследвания относно използването на задачи със софизми през вековете. Въпреки това можем да предположим, че софизмите са били употребявани като педагогически подход за повишаване на вниманието на учениците към „малките детайли“ в

процеса на решаване на задачи. В подкрепа на това предположение е фактът, че до нас са достигнали много примери за задачи със софизми. В същото време сборници, посветени конкретно на задачите със софизми, каквито са например [9, 1–64], [12, 1–72], [16, 21–46], са твърде малко, както и рядко се срещат примери в научни публикации, например на Цървенков, Павлов и Анев в [7, 9–10], [7, 111–113]. Вероятно за широката публика в България най-популярни са трудовете на Мартин Гарднър [4, 1–471], [5, 1–423], [6, 1–462], в които също могат да се намерят някои задачи със софизми. Информатиката и информационните технологии (ИТ) са сравнително нови учебни предмети и систематизирани трудове за тях не се намират, но има издания като [1, 1–126], [2, 1–104] и особено [13, 1–300], в които има немалко задачи със софизми, които могат да се използват при обучението на ученици. Поради тази причина създателите на онлайн сборника със задачи вярват, че проблемът за намиране, систематизиране спрямо българските учебни програми и разпространение на задачи със софизми сред учителската общност е актуален и един подобен пилотен проект би бил полезен.

РОЛЯ И МЯСТО НА СОФИЗМИТЕ В МЕТОДИКАТА НА ОБУЧЕНИЕ ПО МАТЕМАТИКА, ИНФОРМАТИКА И ИНФОРМАЦИОННИ ТЕХНОЛОГИИ

През 60-те години на миналия век в България математическите софизми са били познато средство, използвано както за засилване интереса на учениците към математиката, така и като възможност за разнообразяване на работата в часовете по математика. Прави впечатление, че по онова време задачите със софизми намират място най-вече в извънкласните форми на обучение, каквито тогава са били кръжоците и математическите вечери. Съвременните източници поставят фокуса върху използването на математическите софизми в ежедневната работа на учителя, като неизменен похват в практиката му. Така например [9, 1–64] по своята същност е сборник от задачи със софизми, разпределени по класове (от VI до XI включително), в съответствие с учебната програма по математика в Русия. Същевременно целевата група на [16, 3–4] са: *„гимназиални и университетски преподаватели по математика, ученици в гимназиален курс и студенти в колежи, инструктори по математика в професионални програми за развитие“*. Ето защо може да се заключи, че в съвременните методически практики използването на софизмите се превръща в конкретна стратегия, която цели да даде възможност на учениците и студентите да се научат да решават проблеми от различно естество, както и да мислят критично.

В по-краткосрочен план, от гледна точка на оценка на резултатите, в часовете по математика, информатика и ИТ софизмите могат да бъдат използвани като средство за постигане на две конкретни цели, които определят и мястото им в урока, а именно:

1. В часовете за преподаване на нов материал – за привличане на вниманието на учениците върху даден проблем, който ще бъде засегнат и изяснен непосредствено след разглеждане на задачата;
2. В часовете за затвърждаване на знанията по вече изучен материал – когато задачата със софизъм се използва като своеобразен тест за проверка доколко учениците са усвоили и вникнали във вече изученото.

Задачите със софизми са подходящи както за индивидуална, така и за групово работа. Биха били полезни в комбинация с различни интерактивни методи на обучение, тъй като са предпоставка за възникване на дискусии. Мястото в часовете и формата за разглеждане на задачите със софизми са субективни и зависят изцяло от преценката на учителя, която произтича от личния му опит. Много важно е оценяването на нивото на учениците – общо и индивидуално – по съответния учебен предмет. Даването на задачи със софизми в учебните часове трябва да е внимателно премерено, защото има риск от объркване на учениците, ако знанията, върху които се стъпва, не са достатъчно добре усвоени.

ОНЛАЙН СБОРНИК СЪС ЗАДАЧИ

За източници на задачи ни послужиха различни книжни издания, като например [1, 1–126], [2, 1–104], [3, 1–352], [4, 1–471], [5, 1–423], [6, 1–462], [9, 1–64], [12, 1–72], [13, 1–300], [16, 1–98], сайтове и блогове [11, 1–3], а така също и дискусии във форуми [8, 1–7]. Освен това бяха съставени и известен

брой авторски задачи по информатика. В рамките на изследването не бяха открити специализирани онлайн ресурси със задачи с математически софизми на български език, което и провокира създаването на безплатен и общодостъпен онлайн сборник на адрес <https://sofizmi.cphpvb.net>. Разработеният уеб сайт продължава да се обогатява, като се допълва регулярно с нови задачи.

За реализацията на проекта използвахме платформата WordPress, поради голямата ѝ популярност и наличието на множество безплатни разширения и теми. От особено значение е разширението MathJax-Latex, което позволява да се визуализират математически формули по възможно най-подходящ и удобен начин така, че да може лесно да бъдат копирани и вмъквани в текстови редактори; позволява визуално мащабиране, което гарантира добър изглед на мобилни устройства и прави възможно индексирание от интернет търсачки [10, 200–209]. Чертежите към повечето от геометричните задачи са осъществени посредством популярния софтуер GeoGebra. Примерен изглед на част от една произволна задача по математика е представен на Фигура 1., а задача по информатика – на Фигура 2.

Математически и ИТ софизми

Задачи в помощ на учителя

Categories

- ИТ 6 клас
- ИТ 9 клас
- Информатика 8 клас
- Математика 5 клас
- Математика 6 клас
- Математика 7 клас
- Математика 8 клас
- Математика 9 клас
- Математика 10 клас
- Логаритми
- Тригонометрия
- Математика 11 клас
- Математика 12 клас

Recent Posts

7/2 веднъж е 3.5, а друг път 3.0

Един ден има 500654080 микросекунди

$(0.1+0.2)+0.3 \neq 0.1+(0.2+0.3)$

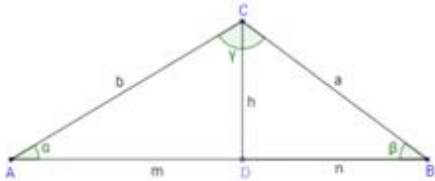
$0.1 + 0.2 = ?$

$8 \cdot 0 = 104?$

Всеки триъгълник е правоъгълен

11.03.2017 Ву : Александра Жечева Category : Тригонометрия, Математика 10 клас Comment : 0

Даден е $\triangle ABC$ с ъгли α , β и γ . Нека $CD=h$ е височината към AB през т.С. Нека $AB=c$, $AC=b$, $BC=a$, $AD=m$ и $BD=n$.



При тези означения е вярно, че:

$$(1) \quad \sin(\alpha + \beta) = \sin(\alpha) \cos(\beta) + \cos(\alpha) \sin(\beta) = \frac{h}{b} \frac{n}{a} + \frac{m}{b} \frac{h}{a} = \frac{h}{ab} (m+n) = \frac{hc}{ab}$$

Ако R е радиусът на описаната около $\triangle ABC$ окръжност, то:

$$(2) \quad a = 2R \sin(\alpha), b = 2R \sin(\beta), c = 2R \sin(\gamma)$$

От тук може да изразим:

$$(3) \quad h = b \sin(\alpha) = 2R \sin(\alpha) \sin(\beta)$$

Заместваме изразите за a , b , c и h от (2) и (3) в (1):

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin(\gamma) \Rightarrow \alpha + \beta = \gamma$$

Но понеже $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$, то следва че:

$$\gamma = 90^\circ$$

Софизмът в тази задача се получава от това, че от $\sin(\alpha + \beta) = \sin(\gamma)$ не следва непременно, че $\alpha + \beta = \gamma$.

Фигура 1. Примерен изглед на произволна задача по математика от уеб сайта

С цел да бъдат улеснени учителите в бързото намиране на задачи за съответния клас, на който преподават, задачите са систематизирани на две нива – първо се избира учебен предмет и клас (от V до XII клас), а след това се избира тема (според класификацията от учебните програми на МОН към 2017 г.), отнасяща се за съответния клас. Във всяка избрана тема има набор от няколко задачи. Към всяка задача освен условие има и допълнително решение с авторски методически бележки. Една

задача може да попадне в повече от една тема, включително в различни класове. Това прави лесна адаптацията в случай на промени в учебната програма.

Математически и ИТ софизми
Задачи в помощ на учителя

Search...

Categories

- ИТ 6 клас
- ИТ 9 клас
- Информатика 8 клас
 - Приоритет на операциите
 - Типове данни
- Математика 5 клас
- Математика 6 клас
- Математика 7 клас
- Математика 8 клас
- Математика 9 клас
- Математика 10 клас
- Математика 11 клас
- Математика 12 клас

Recent Posts

- 7/2 веднъж е 3.5, а друг път 3.0
- Един ден има 500654080 микросекунди
- $(0.1+0.2)+0.3 \neq 0.1+(0.2+0.3)$
- $0.1 + 0.2 = ?$
- '8+0' = 104?

Един ден има 500654080 микросекунди

17.12.2017 By: Александра Жечева Category: Информатика 8 клас, Типове данни, Цели числа Comment: 0

Знаем, че един ден има 24 часа. Един час има 60 минути. Една минута има 60 секунди. Една секунда има 1000 милисекунди. Една милисекунда има 1000 микросекунди. Колко микросекунди има един ден?

Ще направим решението на тази задача като умножим всички числа от по-горе със следната програма на Java:

```
long microseconds_per_day = 24 * 60 * 60 * 1000 * 1000;
System.out.println(microseconds_per_day);
```

Изненадващо изходът е 500654080, а не 864000000000. Защо се получи така?

Софизмът в тази задача се получава от прехвърляне на типа данни, но по особен начин. Всъщност `long` подбира и по-големи числа от очакваното – типът е 8 байтов, т.е. подбира числа в интервала от -9223372036854775808 до 9223372036854775807, т.е. значително много по-големи от търсения резултат. Проблемът идва от там, че всички числа вдясно от равенството не са `long`, а са `int`, а от там целият израз се пресмята до тип `int` и впоследствие се преобразува в `long`, когато се извършва присвояването. Типът `int` е 4 байтов и подбира числа в интервала от -2147483648 до 2147483647, тоест недостатъчно големи за числото, което ни е нужно. Когато се получи претърляване на типа, Java "превърта" числото от максималното възможно към минималното (т.е. в света на Java и повечето други езици за програмиране $2\ 147\ 483\ 647 + 1 = -2\ 147\ 483\ 648$). В случая при извършване на последното умножение имаме многократно "превъртане" до достигане до получения грешен резултат.

Решението на този софизъм е да укажем експлицитно в дясната част на равенството, че желаем да работим с числа от тип `long`:

```
long microseconds_per_day = 24L * 60 * 60 * 1000 * 1000;
System.out.println(microseconds_per_day);
```

Фигура 2. Визуален изглед на произволна задача по информатика от уеб сайта

ОТЗИВИ ОТ ДЕЙСТВАЩИ УЧИТЕЛИ

Проведохме проучване под формата на анкета от десет въпроса, свързани с нагласите на учители по математика, информатика и ИТ за включване на задачи със софизми в практиката им, както и за нивото на интерес към така създадения сборник. Изследван бе профилът на учителя по отношение на учебен предмет, курс на обучение, тип паралелка и педагогически стаж, опит на респондентите в използването на софистични задачи, мнението им за ефекта от употребата на задачи със софистика в практиката им, както и готовността им да използват задачите със софизми от новосъздадения сборник като помощно средство в своята работа.

В анкетата се включиха 43 респонденти, а от обобщените резултати се вижда, че 48,8 % от тях вече бяха използвали задачи със софизми в практиката си; 81,4 % от анкетираните смятаха, че задачите със софизми биха повишили интереса на учениците; 95,3 % от анкетираните изразиха готовност да използват в бъдеще софистични задачи в практиката си, а 92,7 % намериха въпросния сборник за полезен. Макар и с малка извадка, от събраните данни можем да заключим, че задачите със софизми се използват (или не се използват) от учителите независимо от техния стаж, тип паралелка и курс на обучение, в които основно преподават.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Считаме, че онлайн ресурсът със софистични задачи се приема добре от учителската общност, и смятаме, че заслужава да се развива чрез регулярно допълване с нови задачи.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] **Ангелов. 2016.** Ангелов, А. *Учебна среда за обучение по електронни таблици*. Сиела. // Angelov, A. *Uчебna sreda za obuchenie po elektronni tablitsi*. Ciela.
- [2] **Ангелов, Копева, Фитнева. 2010.** Ангелов, А. Копева, Е. Фитнева, А. *Учебна среда за обучение по текстообработка*. Сиела. // A. Angelov, E. Kopeva, Fitneva. *Uчебna sreda za obuchenie po tekstoobrabotka*. Ciela.
- [3] **Арнаулов, Колмакова-Арнаулова, Хованский. 1966.** Арнаулов, П., Колмакова-Арнаулова, Л., Хованский, А. *Полезна и забавна математика*. София: Народна просвета. // Arnaudov, P. Kolmakova-Arnaudova, L. Hovanskiy, A. *Polezna i zabavna matematika*. Sofia: Narodna prosveta.
- [4] **Гарднър. 1975.** Гарднър, М. *Математически забавления, том 1*. С.: Наука и изкуство. // Gardner, M. *Matematicheski zabavlenia, tom 1*. S.: Nauka i izkustvo.
- [5] **Гарднър. 1977.** Гарднър, М. *Математически забавления, том 2*. С.: Наука и изкуство. // Gardner, M. *Matematicheski zabavlenia, tom 2*. S.: Nauka i izkustvo.
- [6] **Гарднър. 1980.** Гарднър, М. *Математически забавления, том 3*. С.: Наука и изкуство. // Gardner, M. *Matematicheski zabavlenia, tom 3*. S.: Nauka i izkustvo.
- [7] **Коллектив. 1964.** *Сборник „Из опита на учителите по математика“*. София: Народна просвета. // Kolektiv. *Sbornik „Iz opita na uchitelite po matematika“*. Sofia: Narodna prosveta.
- [8] **Математика.bg. 2006.** Комплексен анализ: Занимателна задача. Достъпен от <https://www.math10.com/forumbg/viewtopic.php?t=2473> // Matematika.bg. Kompleksen analiz: Zanimatelna zadacha. Retrieved from <https://www.math10.com/forumbg/viewtopic.php?t=2473>
- [9] **Михеева. 2007.** Михеева, Т. *Софизмы: Алгебра, Геометрия, Тригонометрия. Грамотей*. // Miheeva, T. *Sofizmi: Algebra, Geometria, Trigonometria. Gramotey*.
- [10] **Петров. 2011.** Петров, Ф. Технологии за въвеждане и изобразяване на математически формули в Уеб 2.0 приложения. – В: „Образованието в информационното общество“. Асоциация „Развитие на информационното общество“ и „Институт по математика и информатика“ към БАН, Пловдив, 200–209. // Petrov, P. Tehnologii za vvezhdane i izobrazhivane na matematicheski formuli v Web 2.0 prilozhenia. – In: „Obrazovaniето v informatsionnoto obshtestvo“. Association „Association For The Development Of The Information Society“ and „Institute of Mathematics and Informatics“ BAS, Plovdiv, 200–209.
- [11] **Портал образовательных ресурсов. 2013.** Математические софизмы. Достъпен от <http://anadra.ru/sitemath> // Portal obrazovatelynyh resursov. Matematicheskie sofizmi. Retrieved from <http://anadra.ru/sitemath>
- [12] **Чобанов, Паскалев. 1962.** Чобанов, И., Паскалев, Г. *Математически софизми*. С.: Народна просвета. // Chobanov, I., Paskalev, G. *Matematicheski sofizmi*. S.: Narodna prosveta.
- [13] **Bloch, Gafter. 2005.** Bloch, J. Gafter, N. *Java Puzzlers - Traps, Pitfalls, and Corner Cases*. Pearson Education.
- [14] **Center for Hellenic Studies, Harvard. 2009.** *Wisdom for Sale? The Sophists and Money*. Retrieved from <http://chs.harvard.edu/CHS/article/display/3780>.
- [15] **Internet Encyclopedia of Philosophy. 2012.** The Sophists (Ancient Greek). Retrieved from <http://www.iep.utm.edu/sophists/>.
- [16] **Klymchuk, Staples. 2013.** Klymchuk, S. Staples, S. *Paradoxes and Sophisms in Calculus*. Paperbound.
- [17] **Stanford Encyclopedia of Philosophy. 2015.** The Sophists. Retrieved from <https://plato.stanford.edu/entries/sophists>.